

DOI: 10.32517/2221-1993-2026-25-2-65-73



А. А. Запорожцева, К. А. Киричек, А. А. Оленев

Ставропольский государственный педагогический институт, г. Ставрополь, Россия

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ MAPLE В ОБУЧЕНИИ ЭЛЕМЕНТАМ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ: РЕШЕНИЕ ШКОЛЬНЫХ ЗАДАЧ

Аннотация

В статье рассматриваются вопросы, связанные с применением в школьном курсе информатики системы компьютерной алгебры Maple для решения отдельных задач математической логики и с улучшением понимания обучающимися особенностей решения логических задач, таких как порядок выполнения логических операций и построение таблиц истинности (соответствия). Показана возможность использования системы компьютерной алгебры Maple при обучении элементам алгебры логики. Для достижения этой цели используются три содержательных примера: определение соответствия логической функции таблице истинности и восстановление порядка следования переменных в таблице истинности по известным наборам и по фрагменту таблицы с пропусками. Показаны различные способы решения задач. Демонстрация решения производится с использованием основных функций библиотеки Logic системы компьютерной алгебры Maple. Приведены основные логические операции и функции библиотеки Logic, а также порядок их использования при решении задач.

Ключевые слова: математическая логика, Maple, законы алгебры логики, библиотека Logic, дизъюнктивная нормальная форма, конъюнктивная нормальная форма, ДНФ, КНФ.

Информация об авторах

Запорожцева Анастасия Андреевна, ассистент кафедры математики, информатики и цифровых образовательных технологий, Ставропольский государственный педагогический институт, г. Ставрополь, Россия; *e-mail:* zaporozhtseva.anastasiya@mail.ru

Киричек Ксения Александровна, канд. пед. наук, доцент, зав. кафедрой математики, информатики и цифровых образовательных технологий, Ставропольский государственный педагогический институт, г. Ставрополь, Россия; *e-mail:* kirichekka@mail.ru

Оленев Александр Анатольевич, канд. тех. наук, доцент, доцент кафедры математики, информатики и цифровых образовательных технологий, Ставропольский государственный педагогический институт, г. Ставрополь, Россия; *e-mail:* OlenevAlexandr@gmail.com

1. Введение

Алгебра логики занимает важное место в системе современного математического образования, поскольку формирует у учащихся базовые навыки математической культуры, аналитическое мышление, умение структурировать знания и делать логические выводы,

формулировать и проверять логические утверждения. Изучение основ алгебры логики помогает обучающимся развить навыки критического мышления, подготовиться к решению сложных задач по математике, обеспечивает прочную фундаментальную базу для изучения сложных математических дисциплин, а также информатики и других учебных предметов [1, 3, 16].

A. A. Zaporozhtseva, K. A. Kirichek, A. A. Olenev
Stavropol State Pedagogical Institute, Stavropol, Russia

THE USE OF MAPLE IN TEACHING ELEMENTS OF BOOLEAN ALGEBRA: SOLVING SCHOOL TASKS

Abstract

The article examines the use of the Maple computer algebra system in school informatics course for solving specific mathematical logic problems and improving students' understanding of the specifics of solving logical problems, such as the order of logical operations and constructing truth tables. The possibility of using the Maple computer algebra system in teaching elements of Boolean algebra is shown. Three informative examples are used to achieve this goal: determining the correspondence of a logical function to a truth table and reconstructing the order of variables in a truth table based on known sets and a fragment of the table with gaps. Various problem-solving methods are demonstrated. The solution is demonstrated using the basic functions of the Logic library of the Maple computer algebra system. The basic logical operations and functions of the Logic library, as well as the order of their use in solving problems, are given.

Keywords: mathematical logic, Maple, laws of Boolean algebra, Logic library, disjunctive normal form, conjunctive normal form, DNF, CNF.

Information about the authors

Anastasia A. Zaporozhtseva, Assistant Professor at the Department of Mathematics, Informatics, and Digital Educational Technologies, Stavropol State Pedagogical Institute, Stavropol, Russia; *e-mail:* zaporozhtseva.anastasiya@mail.ru

Ksenia A. Kirichek, Candidate of Sciences (Education), Docent, Head of the Department of Mathematics, Informatics, and Digital Educational Technologies, Stavropol State Pedagogical Institute, Stavropol, Russia; *e-mail:* kirichekka@mail.ru

Aleksander A. Olenev, Candidate of Sciences (Engineering), Docent, Associate Professor at the Department of Mathematics, Informatics, and Digital Educational Technologies, Stavropol State Pedagogical Institute, Stavropol, Russia; *e-mail:* OlenevAlexandr@gmail.com

На изучение темы «Элементы математической логики» раздела «Теоретические основы информатики» в VIII классе на базовом уровне отводится 6 часов [12], а на углубленном — 10 часов [13]. На изучение темы «Элементы алгебры логики» раздела «Теоретические основы информатики» в X классе на базовом уровне отводится 8 часов [14], а на углубленном на изучение темы «Основы алгебры логики» — 14 часов [15] в соответствии с федеральными рабочими программами по информатике каждого из уровней обучения. При этом материал темы вынесен в перечень элементов содержания, проверяемых на ЕГЭ по информатике и представлен в виде заданий в сборниках типовых экзаменационных вариантов [7].

При использовании учителем традиционных методов обучения алгебре логики у школьников иногда возникают трудности в понимании абстрактных понятий, а также в выполнении трудоемких вычислений, что приводит к ограничениям реализации сложных практических заданий. Поэтому актуальным становится применение в обучении алгебре логики современных информационных технологий, в частности систем компьютерной алгебры (СКА). Такие системы, как Maple, позволяют автоматизировать проверку логических выражений, упростить решение задач и сделать процесс обучения более увлекательным. Использование подобных систем способствует не только повышению эффективности обучения, но и формированию у обучающихся навыков работы с современными информационно-коммуникационными технологиями [4, 5].

Цель представленного в данной статье исследования — показать возможности системы компьютерной алгебры Maple в обучении теме «Элементы алгебры логики» раздела «Теоретические основы информатики» в X классе и предложить эффективные подходы к решению школьных задач.

В рамках исследования были поставлены следующие задачи:

- проанализировать теоретические основы применения системы компьютерной алгебры Maple для решения логических задач;
- представить примеры решений логических задач;
- составить рекомендации по внедрению системы компьютерной алгебры Maple в учебный процесс.

2. Теоретические основы математической логики и роль СКА Maple в решении задач алгебры логики

2.1. Основные понятия и задачи математической логики

Математическая логика — это раздел математики, изучающий законы и способы формализации мышления, основанные на использовании логических операций и структур. Основные понятия математической логики включают: высказывания (пропозиции); логические операторы (И, ИЛИ, НЕ, импликация, эквиваленция); логические выражения и формулы, а также методы их анализа и доказательства.

Алгебра логики (алгебра высказываний) — раздел математической логики, в котором изучаются логические операции над высказываниями.

Задачи алгебры логики в школьной практике заключаются в проверке того, является ли выражение тавтологией, в установлении противоречивости выражений, в выведении новых суждений из заданных выражений и в формализации логических схем. Эти задачи требуют систематического подхода к анализу формальных структур и доказательств, что затруднительно реализовать вручную при большом объеме данных.

2.2. Почему СКА Maple подходит для решения задач алгебры логики

Maple — это мощная система компьютерной алгебры, обладающая широкими возможностями для автоматизации математических расчетов и символической обработки выражений.

В контексте алгебры логики Maple позволяет:

- формализовать логические выражения в символьной форме;
- проверять тавтологичность и противоречивость выражений автоматизированно;
- выполнять логические преобразования и делать выводы по алгоритмическим методам;
- визуализировать структуру логических формул;
- интегрировать логические вычисления с другими математическими задачами.

Благодаря этим возможностям Maple обеспечивает быстрый и надежный анализ логических выражений, что делает эту систему ценным инструментом для преподавателей и обучающихся.

2.3. Обзор возможностей СКА Maple, полезных для освоения алгебры логики

Основные функции и инструменты Maple, применимые в алгебре логики, включают:

- поддержку символьного представления формул и выражений;
- встроенные команды для логического вывода и проверки тавтологий (например, команды из специализированного пакета Logic);
- возможность построения таблиц истинности и автоматического определения логических свойств;
- реализацию методов логического вывода, таких как резолюция и таблицы истинности;
- специальные функции для преобразования и упрощения логических формул;
- построение графических представлений, например деревьев логических выводов.

Эти средства позволяют автоматизировать большинство рутинных операций, которые в традиционной учебной практике требуют значительных временных затрат и могут привести к ошибкам [8].

3. Методы и приемы использования СКА Maple в обучении

3.1. Алгоритмы и подходы к автоматизации решений

Автоматизация логических задач в Maple достигается за счет:

- использования встроенных методов проверки свойств формул без ручного анализа;

Примеры записи основных логических операций в Maple

Наименование команды	Команды в Maple 2025		
	Символьное обозначение	Пропозициональное обозначение	Пропозициональное обозначение в пакете Logic
	1	2	3
Конъюнкция	\wedge	and	&and
Равносильность	\Leftrightarrow	—	&iff
Импликация	\Rightarrow	implies	&implies
Штрих Шеффера	\uparrow	—	&nand
Стрелка Пирса	\downarrow	—	&nor
Отрицание	\neg	not	¬
Дизъюнкция	\vee	or	&or
Исключающее ИЛИ	\veebar	xor	&xor

- реализации процедур, автоматизирующих подбор и преобразование выражений, например, упрощение (минимизацию) логических формул с помощью команды *BooleanSimplify* пакета Logic;
- построения скриптов, автоматизирующих проверку нескольких условий или вариаций задач;
- создания пользовательских функций, объединяющих последовательность операций проверки и интерпретации результатов.

Эффективные алгоритмы позволяют автоматически выполнять анализ логических выражений, что экономит время и повышает точность решения.

В практике преподавания такие подходы способствуют более глубокому пониманию учащимися логических конструкций и развитию навыков автоматического анализа.

3.2. Логические задачи в СКА Maple

Для эффективного использования Maple в обучении алгебре логики важно правильно формулировать логические задачи, что обычно включает:

- представление высказываний в символьной форме — с использованием символов и логических операторов;
- формализацию условий задачи через логические формулы;
- использование команд для ввода логических выражений;
- построение таблиц истинности и проверку свойств формул.

Для демонстрации и решения задач математической логики потребуется подключение библиотечного пакета Logic. Для подключения этого пакета в рабочей строке Maple после символа приглашения ввода команды «>» требуется набрать команду следующего вида:

```
> with(Logic); % подключение библиотеки Logic
```

Подключение библиотеки Logic позволяет выполнять ряд команд, связанных с алгеброй логики.

После набора команды `with(Logic)` нужно нажать клавишу ввода Enter, после чего будет выполнена команда, которая расположена в строке, где стоит курсор. На экран будет выведен список команд библиотеки Logic, доступных в используемой версии программы (дальнейшие примеры в статье приведены для версии Maple 2025):

```
[`&and`, `&iff`, `&implies`, `&nand`, `&nor`, `&not`, `&or`, `&xor`, BooleanSimplify, Canonicalize, Complement, Contradiction, Convert, Dual, Environment, Equivalent, Export, Implies, Import, IncidenceGraph, Normalize, Parity, PrimalGraph, Random, Satisfiable, Satisfy, SymmetryGroup, Tautology, TruthTable, Tsetin]
```

Примеры записи основных логических операций в Maple представлены в таблице 1.

4. Решение логических задач

Рассмотрим порядок применения наиболее часто используемых команд библиотеки Logic системы Maple на примере решения конкретных задач. Приведенные далее решения задач основаны на знании порядка построения таблиц истинности (соответствия), знании и применении законов алгебры логики, знании порядка выполнения логических операций в сложных логических выражениях, умении анализировать таблицы истинности.

4.1. Ввод логических выражений в СКА Maple

Для начала опишем, каким образом необходимо вводить логические выражения в СКА Maple.

При использовании библиотеки Logic логическое выражение можно вводить двумя способами.

Первый способ — использование логических операций пропозициональной логики, представленных в столбце 2 таблицы 1.

Пример кода программы:

```
a or b; #ввод логического выражения
с использованием пропозициональных
обозначений
```

Отклик системы:

```
a or b
```

Для получения символьного представления, например: $a \vee b$, необходимо использовать команду библиотеки *Logic Import*, которая обеспечивает представление исходных данных в символьном формате.

Пример кода программы:

```
restart; # команда перезапуска системы
with(Logic); # подключение библиотеки Logic
A:=a or b; # ввод логического выражения
с использованием пропозициональных
обозначений
Import(A); # перевод выражения в символьный
вид
```

Отклик системы: $a \vee b$

Второй способ — использование пропозициональных обозначений пакета *Logic*, представленных в столбце 3 таблицы 1.

Пример кода программы:

```
restart; # команда перезапуска системы
with(Logic); # подключение библиотеки Logic
a &and b; # ввод логического выражения
с использованием обозначений пакета Logic
```

Отклик системы: $a \wedge b$

4.2. Задача 1

Формулировка задачи.

Задан фрагмент таблицы истинности выражения F (табл. 2).

Таблица 2

Фрагмент таблицы истинности выражения F

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
1	1	1	1

Каким выражением может быть F ?

- 1) $x \wedge y \wedge z$
- 2) $\neg x \vee \neg y \vee z$
- 3) $x \vee y \vee z$
- 4) $\neg x \wedge \neg y \wedge \neg z$

Решение.

Решением данной задачи является полное совпадение значений функции F для соответствующего логического выражения при заданных значениях x, y, z .

Способ 1.

Первоначально доработаем фрагмент таблицы истинности (табл. 2). Вставим столбец «Номер набора» по следующему правилу: номер набора = $x \cdot 2^2 + y \cdot 2^1 + z \cdot 2^0 + 1$. Тогда исходную таблицу можно представить в следующем виде (табл. 3).

Таблица 3

Фрагмент таблицы истинности выражения F с номером набора

Номер набора	x	y	z	F
1	0	0	0	0
2	0	0	1	0
8	1	1	1	1

Построим таблицу истинности для проверки возможности использования в качестве функции F выражения 1. Применим для этого команду *TruthTable*, входящую в библиотеку *Logic*. Данная команда позволяет построить таблицу истинности для заданного логического выражения. Особенность этой команды для решения поставленной задачи заключается в использовании значений переменных и выходных значений в виде «0» и «1». Данное представление обеспечивается введением в формат команды указания `form = MOD2`.

Код программы:

```
T1:= TruthTable(x and y and z, form = MOD2)
# построение таблицы истинности для
проверки только первого варианта)
```

Отклик системы представлен на рисунке 1.

$T1 :=$

	x	y	z	value
1	0	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	1	0	0
4	0	1	1	0
5	1	0	0	0
6	1	0	1	0
7	1	1	0	0
8	1	1	1	1

Рис. 1. Отклик системы: таблица истинности для выражения 1

Анализ соответствия значений x, y, z и значений функции $F = x \wedge y \wedge z$ согласно таблице истинности показывает, что логическое выражение 1 является искомым.

Способ 2.

Для отражения полной картины можно построить таблицы истинности сразу для всех анализируемых логических выражений. Для этого необходимо набрать программный код, представленный на рисунке 2, а, или код, представленный на рисунке 2, б.

Вывод на экран результата для обоих случаев будут обеспечивать следующие команды:

```
T1[4], T2[4], T3[4], T4[4];
```

Отклик системы представлен на рисунке 3.

Результат анализа решения, приведенного на рисунке 2, аналогичен представленному ранее: искомым является логическое выражение 1.

$T1 := TruthTable(x \text{ and } y \text{ and } z, form = MOD2) :$ # построение таблицы истинности для первого выражения
 $T2 := TruthTable(\text{not } x \text{ or not } y \text{ or } z, form = MOD2) :$ # построение таблицы истинности для второго выражения
 $T3 := TruthTable(x \text{ or } y \text{ or } z, form = MOD2) :$ # построение таблицы истинности для третьего выражения
 $T4 := TruthTable(\text{not } x \text{ and not } y \text{ and not } z, form = MOD2) :$ # построение таблицы истинности для четвертого выражения

а

$T1 := TruthTable(x \wedge y \wedge z, form = MOD2) :$ # построение таблицы истинности для первого выражения
 $T2 := TruthTable(\neg x \vee \neg y \vee z, form = MOD2) :$ # построение таблицы истинности для второго выражения
 $T3 := TruthTable(x \vee y \vee z, form = MOD2) :$ # построение таблицы истинности для третьего выражения
 $T4 := TruthTable(\neg x \wedge \neg y \wedge \neg z, form = MOD2) :$ # построение таблицы истинности для четвертого выражения

б

Рис. 2. Код для построения таблицы истинности для выражений 1–4

1	0	1	1	1	0	1	1
2	0	2	1	2	1	2	1
3	0	3	1	3	1	3	1
4	0	4	1	4	1	4	0
5	0	5	1	5	1	5	1
6	0	6	1	6	1	6	0
7	0	7	0	7	1	7	1
8	1	8	1	8	1	8	0

Рис. 3. Отклик системы: таблица истинности для команд T1, T2, T3, T4

Способ 3.

Известно, что для любого логического выражения можно составить таблицу истинности. Справедливо и обратное: для всякой таблицы истинности можно составить соответствующее ей логическое выражение [2, 6, 9, 11]. Алгоритм перехода от таблицы истинности к логическому выражению, представленному в совершенной дизъюнктивной нормальной форме (алгоритм 1), известен [2]:

- 1) отметить в таблице истинности наборы переменных, при которых значение логического выражения равно единице;
- 2) для каждого отмеченного набора записать конъюнкцию всех переменных следующим образом: если значение некоторой переменной в этом наборе равно 1, то в конъюнкцию включаем саму переменную, в противном случае — ее отрицание;
- 3) все полученные конъюнкции связываются операциями дизъюнкции.

Полученную форму называют *совершенной дизъюнктивной нормальной формой (СДНФ)*. При использовании законов алгебры логики возможно сокращение количества переменных в описании логической функции. Однако если сохраняется форма представления в виде дизъюнкции конъюнкций, то такая форма носит название *дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ)*.

Возможно использование и другого алгоритма — переход от таблицы истинности к логическому выражению, представленному в совершенной конъюнктивной нормальной форме (алгоритм 2):

- 1) отметить в таблице истинности наборы переменных, при которых значение логического выражения равно нулю;

2) для каждого отмеченного набора записать дизъюнкцию всех переменных следующим образом: если значение некоторой переменной в этом наборе равно 0, то в дизъюнкцию включаем саму переменную, в противном случае — ее отрицание;

3) все полученные дизъюнкции связываются операциями конъюнкции.

Полученную форму называют *совершенной конъюнктивной нормальной формой (СКНФ)*. При использовании законов алгебры логики возможно сокращение количества переменных в описании логической функции. Однако если сохраняется форма представления в виде конъюнкции дизъюнкции, то такая форма носит название *конъюнктивной нормальной формы (КНФ)*.

Проанализируем исходную таблицу (табл. 2 или табл. 3). При использовании алгоритма 1 необходимо описать третью строчку таблицы 2 или восьмой набор таблицы 3. Она опишется следующим образом:

$$x \wedge y \wedge z$$

Соответственно, можно сразу сделать заключение, что ответом задачи является выражение 1, так как полученная конъюнкция совпадает с этим выражением. А по определению в СДНФ должны входить описания конъюнкций всех наборов переменных, при которых значение логического выражения равно единице. Подтверждением этого является таблица истинности, представленная на рисунке 1.

Но для демонстрации покажем, что выражение 1 верно и для остальных наборов.

Опишем оставшиеся наборы (т. е. первую и вторую строки таблицы истинности) в виде дизъюнкции. Для описания наборов используем алгоритм 2:

$$F1 = (x \vee y \vee z) \text{ — первый набор;}$$

$$F2 = (x \vee y \vee \neg z) \text{ — второй набор.}$$

То есть можно рассмотреть логическую функцию следующего вида:

$$G = F1 \wedge F2.$$

Построим таблицу истинности для полученной частичной конъюнктивной нормальной формы G (конъюнктивной нормальной формы для наборов $F1, F2$). Согласно алгоритму 1, должна получиться таблица, аналогичная заданной (табл. 2, 3), т. е. на заданных наборах функция G должна принимать такие же значения, как и функция F .

Код программы представлен на рисунке 4.

```
F1 := &or(x,y,z) :# описание дизъюнкции первого набора
F2 := &or(x,y,&not z) :# описание дизъюнкции второго набора
G := &and(F1,F2) :# частичная конъюнктивная форма заданной функции
TruthTable(G, [x,y,z], form = MOD2)
```

Рис. 4. Код для построения таблиц истинности для частичной конъюнктивной нормальной формы G

Отклик системы представлен на рисунке 5.

Таблица 4

	x	y	z	value
1	0	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	1	0	1
4	0	1	1	1
5	1	0	0	1
6	1	0	1	1
7	1	1	0	1
8	1	1	1	1

Рис. 5. Отклик системы: таблица истинности для полученной частичной конъюнктивной нормальной формы

Таким образом, выполненные действия показывают, что решением задачи является выражение 1.

Способ 4.

Данный способ основан на нахождении строк, удовлетворяющих некоторому условию. В данном случае условием является соответствие значения логической функции и номера набора.

Код программы:

```
F:= TruthTable(x and y and z, [x, y, z],
form = MOD2, output = table);
```

Проверка для первого набора:

```
F[0,0,0]; # проверка для первого заданного набора
```

Отклик системы: 0

Проверка для второго набора:

```
F[0,0,1];
```

Отклик системы: 0

Проверка для восьмого набора:

```
F[1,1,1];
```

Отклик системы: 1

Ответ: $x \wedge y \wedge z$.

4.3. Задача 2

Формулировка задачи.

Логическая функция F задана выражением:

$$\bar{x} \vee y \vee (\bar{z} \wedge w).$$

Приведен фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий все наборы аргументов, при которых функция F ложна (табл. 4). Определите, какому по счету столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w.

Фрагмент таблицы истинности

?	?	?	?	F
0	0	0	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0

В ответе записать буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы.

Решение.

Способ 1.

Так как функция F задана и приведены все наборы аргументов, при которых функция F ложна, то самым простым с точки зрения использования Maple является способ построения таблицы истинности с учетом изменения порядка следования переменных x, y, z, w, сравнение со значениями, указанными во фрагменте таблицы истинности, и выбор правильного результата.

Далее для сокращения объема текста статьи представлен только вариант решения задачи, соответствующий ее ответу.

Код программы:

```
T11 := TruthTable(F1, [y, z, w, x],
form = MOD2) # чередование переменных y, z,
w, x позволяет найти искомое решение
```

Отклик системы представлен на рисунке 6.

T11 :=

	y	z	w	x	value
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0
3	0	0	1	0	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	0	0	1
6	0	1	0	1	0
7	0	1	1	0	1
8	0	1	1	1	0
9	1	0	0	0	1
10	1	0	0	1	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

16 x 5 DataFrame

Рис. 6. Отклик системы: таблица истинности для $F = \bar{x} \vee y \vee (\bar{z} \wedge w)$

Таким образом, ответом задачи будет *узwx*.

$$\underbrace{(w \vee y \vee z \vee (\neg x))}_1 \wedge \underbrace{(w \vee y \vee (\neg x) \vee (\neg z))}_2 \wedge \underbrace{(y \vee (\neg w) \vee (\neg x) \vee (\neg z))}_3$$

Рис. 7. Отклик системы: совершенная конъюнктивная нормальная форма функции F

Для сокращения поиска правильных решений (количества переборных вариантов расстановки букв) можно использовать следующие рассуждения. Для выполнения условия ложности функции F переменная x должна всегда принимать значение 1, а y всегда должна принимать значение 0.

Способ 2.

Согласно условию задачи, в таблице истинности представлены значения функции F , которые описываются совершенной конъюнктивной нормальной формой. При получении данной формы можно производить анализ только конъюнкций (строк, где функция принимает значение 0).

Совершенную конъюнктивную нормальную форму получим, применяя команду *Canonicalize* библиотеки *Logic*:

```
F:=not x or y or (not z and w); # вводимое выражение
F1 := Import(F); # преобразование в формат библиотеки Logic
Canonicalize(F1, {x,y,z,w}, form = CNF);
# представление логической функции F в КНФ
```

Отклик системы представлен на рисунке 7.

Анализ полученного результата показывает: совершенная конъюнктивная нормальная форма функции F состоит из трех дизъюнкций, описанных всеми переменными, входящими в исходную логическую функцию, что соответствует условию и позволяет наглядно увидеть и сопоставить варианты расположения переменных x, y, z, w .

Ответ: $uzwx$.

4.4. Задача 3

Формулировка задачи.

Логическая функция F задана выражением:

$$((x \wedge \neg y) \vee (w \Rightarrow z)) \equiv (z \equiv x)$$

Приведен частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий неповторяющиеся строки (табл. 5).

Определить, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

Таблица 5

Фрагмент таблицы истинности

?	?	?	?	F
	0	0	1	1
0	1	0	0	1
0			1	1

В ответе записать буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы.

Решение.

Построим таблицу истинности, используя возможности Maple.

Код программы:

```
F1 := ((x and not y) or (w implies z)) &iff (z &iff x);
F2 := Import(F1);
TruthTable(F2, form = MOD2);
```

Отклик системы представлен на рисунке 8.

	w	x	y	z	$value$
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0
3	0	0	1	0	1
4	0	0	1	1	0
5	0	1	0	0	0
6	0	1	0	1	1
7	0	1	1	0	0
8	0	1	1	1	1
9	1	0	0	0	0
10	1	0	0	1	0
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

16 x 5 DataFrame

Рис. 8. Отклик системы: фрагмент таблицы истинности для F

Для облегчения работы выпишем только те результаты, на которых функция F принимает значения, равные 1 (табл. 6).

Таблица 6

Таблица истинности при $F = 1$

Набор	w	x	y	z	$value$
1	0	0	0	0	⊕
3	0	0	1	0	1
6	0	1	0	1	1
8	0	1	1	1	1
14	1	1	0	1	1
15	1	1	1	0	1
16	1	1	1	1	⊕

Таких наборов семь. Сопоставляя по строкам фрагмент представленной в условии задачи таблицы истинности (табл. 5) и полученной таблицы соответствия (табл. 6), можно сократить число рассматриваемых наборов.

Набор 1 не подходит, так как в таблице 5 в каждой строке больше двух единиц.

Набор 16 не подходит, так как в таблице 5 в каждой строке есть хотя бы один нуль.

Набор 3 однозначно входит в описание как представленный множеством всех переменных (три нуля и одна единица — соответствует второй строке таблицы 5).

Также однозначно входит в описание фрагмента таблицы набор 6, так как только одна строка из оставшихся четырех имеет в описании два значения 0.

Продолжим заполнение фрагмента таблицы истинности (табл. 5). Анализ полученной таблицы (табл. 6) и заполняемой строки 2 показывает, что в полученной таблице истинности только одна строка имеет три значения 0, при этом значение 1 имеет только y . Так как строк с тремя нулями больше нет, то в первой ячейке первого столбца будет единица, а так как нет больше строк со значениями двух нулей, то в третьих ячейках второго и третьего столбца вставим единицы.

Продолжим заполнение заголовка таблицы. Анализ полученной таблицы истинности показывает: в третьей строке (набор 6) с двумя значениями 0 одно из значений 0 (второй столбец) уже соответствует переменной y , значит, третий столбец соответствует переменной w . Столбец 2 (x) полученной таблицы имеет одно значение 0, и это позволяет сделать вывод, что столбец 4 представленного фрагмента соответствует переменной x . Оставшийся первый столбец соответствует переменной z .

Заполненный фрагмент таблицы истинности задачи представлен в таблице 7.

Таблица 7

Заполненный фрагмент таблицы истинности задачи 3

z	y	w	x	F
1	0	0	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	1

Осуществим проверку полученного варианта ответа.

Код программы:

```
K:= TruthTable(F2, [z, y, w, x], form = MOD2,
output = table);
K[1, 0, 0, 1];
```

Отклик системы: 1

```
K[0, 1, 0, 0];
```

Отклик системы: 1

```
K[0, 1, 1, 1];
```

Отклик системы: 1

Можно сделать вывод, что задача решена верно.

Ответ: $zywx$.

5. Заключение

Использование системы компьютерной алгебры Maple в обучении элементам алгебры логики предоставляет широкие возможности для повышения эффектив-

ности образовательного процесса. Развитие логического мышления, автоматизация анализа и проверки логических выражений, визуализация сложных концепций — все это делает Maple ценным инструментом как для преподавателей, так и для учащихся. Благодаря своей гибкости и богатому функционалу Maple способствует более глубокому пониманию теоретических основ алгебры логики, развитию аналитических навыков и подготовке к дальнейшему освоению математических дисциплин и дисциплин, связанных с программированием.

В перспективе целесообразно расширять возможности применения Maple в учебном процессе за счет внедрения интерактивных учебных модулей, разработки специализированных учебных пособий и автоматизированных тестовых систем. Возможна интеграция Maple с другими образовательными платформами, что обеспечит более эффективную организацию дистанционного и смешанного обучения. Кроме того, развитие учебных курсов, ориентированных на применение Maple в межпредметных областях — от логики до информатики и математики, — создаст условия для формирования у обучающихся комплексных и системных знаний, необходимых в современном мире [10].

В целом, дальнейшее внедрение Maple в образовательный процесс поможет вывести обучение алгебре логики на новый уровень, сделав его более доступным, интерактивным и ориентированным на развитие у обучающихся практических навыков.

Список источников

1. Босова Л. Л. О новых подходах к изучению школьной информатики в условиях цифровой трансформации общества // Информатика в школе. 2022. № 4. С. 5–14. DOI: 10.32517/2221-1993-2022-21-4-5-14. EDN: DKRLZV.
2. Босова Л. Л., Босова А. Ю. Информатика. 10 класс: базовый уровень: учебник. М.: Просвещение, 2024. 291 с.
3. Гаркавенко Г. В., Кубряков Е. А. Олимпиада по информатике в ВГПУ как средство популяризации предмета среди обучающихся // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики. Сборник трудов Международной научной конференции (Воронеж, 17–19 декабря 2018 года). Воронеж: Научно-исследовательские публикации, 2019. С. 1393–1398. EDN: YYJWVF.
4. Гаркавенко Г. В., Морозова В. В. Пример исследовательской деятельности на уроках информатики // Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе. Материалы международной научно-практической интернет-конференции (Москва, 19–25 апреля 2021 года). М.: Московский педагогический государственный университет, 2021. С. 92–98. EDN: AJXOJE.
5. Зубрилин А. А. Единый подход к подготовке будущих учителей информатики в ракурсе формирования цифровых компетенций // Информатика и образование. 2022. Т. 37. № 2. С. 42–49. DOI: 10.32517/0234-0453-2022-37-2-42-49. EDN: VXCJRN.
6. Игошин В. И. Математическая логика: учебное пособие. М.: ИНФРА-М, 2023. 399 с.
7. Крылов С. С., Чуркина Т. Е. ЕГЭ–2026. Информатика. 20 типовых экзаменационных вариантов. М.: Национальное образование, 2026. 256 с.
8. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2022 года // ФБГНУ «ФИПИ». <https://fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy#!/tab/173737686-5>
9. Оленев А. А., Калмыков И. А., Киричек К. А. Построение совершенных нормальных форм булевых функций для схематехнических реализаций протоколов аутентификации

с использованием Maple // Программные продукты и системы. 2023. № 3. С. 349–360. DOI: 10.15827/0236-235X.143.349-360. EDN: DUQMTP.

10. Поляков К. Ю. Множества и логика в задачах ЕГЭ // Информатика (Первое сентября). 2015. № 10. С. 38–42. <https://www.kpolyakov.spb.ru/download/inf-2015-10.pdf>

11. Поляков К. Ю., Еремин Е. А. Информатика. 9 класс: учебник. М.: Просвещение, 2022. 288 с.

12. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Информатика (базовый уровень) (для 7–9 классов общеобразовательных организаций). https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/15_ФРП-Информатика-7-9-классы_база.pdf

13. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Информатика (углубленный уровень) (для

7–9 классов общеобразовательных организаций). https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/16_ФРП_Информатика_7-9-классы_угл.pdf

14. Федеральная рабочая программа среднего общего образования. Информатика (базовый уровень) (для 10–11 классов образовательных организаций). https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/21_ФРП-Информатика_10-11-классы_база.pdf

15. Федеральная рабочая программа среднего общего образования. Информатика (углубленный уровень) (для 10–11 классов образовательных организаций). https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/22_ФРП_Информатика-10-11-классы_угл.pdf

16. Rosen K. H. Discrete mathematics and its applications. NY: McGraw-Hill Publ., 2019. 1118 p.