

DOI: 10.32517/2221-1993-2023-22-6-71-77

М. А. Червонный, О. В. Савина, А. И. Карпенко*Томский государственный педагогический университет, г. Томск, Россия*

ART-МАТЕМАТИКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ 3D-ТЕХНОЛОГИЙ

Аннотация

В статье рассмотрены способы визуализации математических объектов с использованием инструментария 3D-технологий (3D-принтера, 3D-ручки). Наглядное представление объектов в обучении математике школьников и будущих учителей строится на основе применения STEAM-подхода (от *англ.* Science — естественные науки, Technology — технологии, Engineering — инженерия, the Arts — искусства, гуманитарные науки, Mathematics — математика). Компонент Arts позволяет исследовать возможности STEAM-подхода для раскрытия семиотического потенциала математики для обучения, визуализировать нетрадиционные объекты искусства, творчества, в которых явно и неявно есть математические основы. Исследование начинается с изучения и печати готовых моделей, а затем школьники и студенты разрабатывают собственные модели для 3D-печати. Таким образом у каждого обучающегося (школьника и студента — будущего педагога) последовательно формируется инженерная книга. Инженерная книга педагога содержит серию математических моделей, позволяющих поддерживать разный уровень освоения математики. Результаты педагогического эксперимента позволяют говорить о высокой вовлеченности детей в работу на уроках математики после применения 3D-технологий.

Ключевые слова: STEAM, 3D-моделирование, 3D-печать, обучение математике.

1. Введение

3D-моделирование и 3D-печать предоставляют современные уникальные возможности сделать математику более визуализируемой, а ее уравнения — более понятными для учащихся. Изучением этих возможностей занимаются как ученые [15], так и педагоги — методисты и учителя, обучающие школьников математике [19]. Занятия в этом направлении позволяют также вооружить выпускников школы знаниями по применению богатства математического аппарата в инженерии. В превращении абстрактных моделей в осязаемые физические формы таится огромный потенциал для обучения и дальнейших

исследований, проводимых педагогами и школьниками. Эффективным образовательным подходом, синтезирующим достижения 3D-технологий и математическое моделирование, является STEAM-образование, которое выступает одной из модификаций метода проектов, широко распространяющейся в зарубежных странах, таких как Япония, Китай, Сингапур, Финляндия, Канада и др. [4, с. 4026; 5, с. 323; 10, с. 236–239]. Характерно, что для такой страны, как Китай, обладающей значительной долей доходов и инвестиций от всей мировой экономики, рост инвестиций в 2017 году в образовательные технологии был связан с принятием концепции STEAM-образования и ее реализацией в обучении [9, с. 51–52].

Контактная информация

Червонный Михаил Александрович, доктор пед. наук, доцент, профессор кафедры физики и методики обучения физике, Томский государственный педагогический университет, г. Томск, Россия; *адрес:* 634061, Россия, г. Томск, ул. Киевская, д. 60; *e-mail:* mach@tspu.edu.ru

Савина Ольга Владимировна, магистрант физико-математического факультета, Томский государственный педагогический университет, г. Томск, Россия; *адрес:* 634061, Россия, г. Томск, ул. Киевская, д. 60; *e-mail:* olga.ssavi@gmail.com

Карпенко Анастасия Игоревна, магистрант физико-математического факультета, Томский государственный педагогический университет, г. Томск, Россия; *адрес:* 634061, Россия, г. Томск, ул. Киевская, д. 60; *e-mail:* karpenkoanastasia83@gmail.com

M. A. Chervonny, O. V. Savina, A. I. Karpenko
Tomsk State Pedagogical University, Tomsk, Russia

ART-MATHEMATICS USING 3D TECHNOLOGIES

Abstract

The article discusses ways to visualize mathematical objects using 3D technology tools (3D printer, 3D pen). The visual representation of objects in teaching mathematics to schoolchildren and future teachers is based on the use of the STEAM approach (Science, Technology, Engineering, the Arts — arts, humanities, Mathematics). The Arts component allows you to explore the possibilities of the STEAM approach to reveal the semiotic potential of mathematics for teaching, to visualize non-traditional objects of art and creativity, which explicitly and implicitly have mathematical foundations. The research begins with studying and printing ready-made models, and then schoolchildren and students develop their own models for 3D printing. Thus, each student (schoolchild and student — future teacher) consistently develops an engineering book. The teacher's engineering book contains a series of mathematical models that allow you to support different levels of mastery of mathematics. The results of the pedagogical experiment suggest that children are highly involved in work at mathematics lessons after using 3D technologies.

Keywords: STEAM, 3D modeling, 3D printing, teaching mathematics.

Математическое образование, поддержанное компьютерным моделированием и напечатанными образцами, визуализирующими такие объекты, как уравнения, геометрические фигуры, математические решения и т. п., **интегрирует несколько компонентов STEAM-подхода**, а именно:

- *S (Science)* — естественные науки. Этот компонент позволяет рассматривать с учащимися разработки новых математических моделей процессов, явлений и объектов, изучаемых в естественных науках.
- *T (Technology)* — технологии. В рамках этого компонента мы используем знания обучающихся в таких областях, как: основы программирования; работа в специальных компьютерных программах, поддерживающих технологические процессы, операционные действия на конкретных устройствах (3D-принтере, 3D-сканере, 3D-ручке); процессы применения того или иного вида пластика.
- *E (Engineering)* — инженерия. В рамках этого компонента актуализируются инженерные мыслительные операции и действия, включающие: экспериментирование, изобретательность, умение оценивать значимость инженерного решения для общества и экономики, проводить экономическое обоснование, оценку и дизайн инженерного объекта.
- *A (Arts)* — искусства, гуманитарные дисциплины. Компонент обеспечивает творческое оформление 3D-моделей, также содействует лучшему дизайнерскому решению, выступает основой для понимания красоты математики, содействует формированию у школьников более широких семиотических представлений о математике.
- *M (Mathematics)* — математика. Выступает одновременно как предмет изучения для школьников, в котором расширяются когнитивные знания и эмоционально-образные представления о математическом аппарате при помощи 3D-моделей, и как развивающийся инструмент, который позволяет математически смоделировать и физически исполнить сложные объекты науки, промышленности, быта.

Разработанные и напечатанные математические объекты можно применять на различных занятиях по математике (на уроках, внеурочных занятиях, досуговых мероприятиях) с целью повышения уровня знаний учащихся, формирования у них ясного образного представления о математических объектах, развития пространственного мышления.

Обратим внимание, что выделение компонента Arts в STEAM-подходе как творческого, художественного компонента [20] расширяет возможности применения этого подхода в математическом образовании. Например, проявляется интерес к математике у детей, которые в большей степени увлечены гуманитарными, социальными науками, предметами художественно-эстетического направления. Так, для определенного нами предмета изучения Art-математики с использованием 3D-технологий компонент Arts позволяет исследовать возможности STEAM-подхода для раскрытия семиотического потенциала математического образования [3,

18], визуализировать нетрадиционные объекты искусства, творчества, в которых есть математические основы.

Таким образом, базируясь на STEAM-подходе в образовании и достижениях 3D-технологий, в качестве **цели нашей работы** мы определили следующую: *представление математики в наглядно-образном виде с использованием 3D-технологий для развития и формирования пространственного мышления школьников.*

Ценность развития пространственного мышления у школьников определяется его социальной значимостью. Его роль значительно возросла в настоящее время в связи с высоким уровнем использования в быту, профессиональной деятельности, науке и технике графического моделирования, позволяющего наглядно описывать исследуемые теоретические зависимости, представлять результаты практической деятельности.

Из собственного опыта мы можем сделать вывод о том, что у современных школьников наблюдаются проблемы с пространственным мышлением, а именно, у учеников X класса наблюдаются проблемы с задачами на сечение, а у учащихся среднего звена возникают сомнения в правдивости изложенного геометрического материала.

Развитие пространственного мышления, как наиболее сложного вида образного мышления, выступает необходимым условием интеллектуального развития и учебной успешности обучающихся в школе и вузе [12, 13, 22]. Особую роль в развитии пространственного мышления школьников отводят математике [7, 13, 16]. Роль пространственного мышления в овладении различными видами деятельности значительно возросла в связи с высоким использованием в науке и технике графического моделирования, позволяющего наглядно описывать исследуемые теоретические зависимости или представлять результаты творческой практической деятельности [1, 6, 8, 14]. Пространственное мышление признается базовой когнитивной способностью, позволяющей школьникам осваивать программы STEAM-образования [21].

Эффективным инструментом развития пространственного мышления в урочной и внеурочной деятельности могут выступить методики и технологии 3D-моделирования математических объектов.

Для достижения поставленной цели были обозначены следующие **задачи**:

- разработка и печать математических 3D-моделей;
- разработка сценария занятия с применением 3D-технологий;
- применение разработок на занятиях по математике (на уроках, в кружках);
- рефлексия проведенной деятельности, апробация результатов в профессиональных сообществах.

2. Материалы и методы

В нашем исследовании использовались следующие методы:

- поэтапное тестирование учащихся;
- метод трехмерного моделирования с помощью программы Autodesk 123D design;
- методы генерации G-кода для различных моделей 3D-принтеров с помощью программы Ultimaker Cura, в частности моделирование методом послойного наплавления.

3. Исследование

Описанные выше методы были использованы для 3D-моделирования и 3D-печати математических объектов. Моделирование и печать выполнялись на уроках математики в V—VI классах школы № 49 г. Томска, а также на занятиях по общеобразовательной общеразвивающей программе дополнительного образования на базе центра дополнительного физико-математического и естественно-научного образования Томского государственного педагогического университета.

Педагогический эксперимент проводился в несколько этапов:

- 1) поиск со школьниками идей математического моделирования и готовых компьютерных моделей;
- 2) обсуждение идей (мозговой штурм) с учащимися;
- 3) поиск оригинальных 3D-моделей для печати или обсуждение собственных разработок учащихся;
- 4) компьютерное моделирование и печать 3D-моделей;
- 5) создание учащимися инженерных книг по выбранной тематике;
- 6) обсуждение со студентами — будущими учителями комплекса сценариев занятий для школьников по разработанным моделям;
- 7) рефлексия проведенных занятий будущими учителями.

Например, на этапе 3 — поиска готовых и моделирования собственных математических объектов — были взяты готовые модели и разработаны новые модели куба. В частности, была использована готовая модель тессеракта — четырехмерного гиперкуба — аналога обычного трехмерного куба в четырехмерном пространстве. Этот куб был напечатан в дальнейшем на занятиях с использованием 3D-принтера (фото 1).

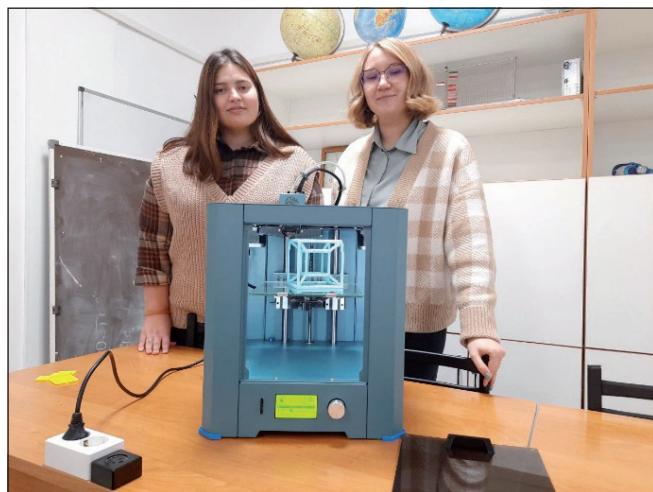


Фото 1. Тессеракт, напечатанный на 3D-принтере по готовой модели

Был разработан и изготовлен кубик Блума с заданиями на гранях для изучения и закрепления свойств куба (рис. 1).

При этом школьники обсудили и проверили различные варианты инженерного решения для прототипа кубика Блума. В частности, обсуждались решения: переворот кубика в зависимости от его размеров, раз-

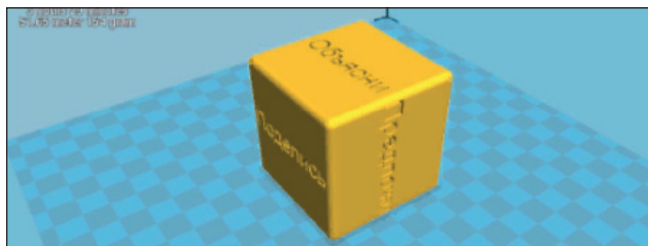


Рис. 1. Модель кубика Блума с заданиями на гранях

мер шрифта, размещение надписей на соответствующих сторонах модели, материал для печати и др.

С помощью 3D-ручки были изготовлены кубики, в которых проводились различные сечения (фото 2, 3).



Фото 2. Моделирование математических разверток с помощью 3D-ручки учениками V класса

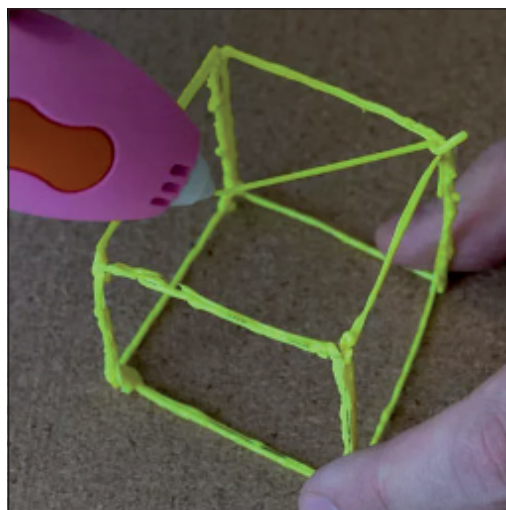


Фото 3. Создание школьником диагонального сечения куба с помощью 3D-ручки

На этапе 5 — создания инженерных книг — создавались книги как школьниками непосредственно по математическим объектам, выбранным ими для моделирования и печати, так и студентами — будущими учителями, которые создавали более сложные инженерные решения, разрабатывая серию моделей, расширяющую

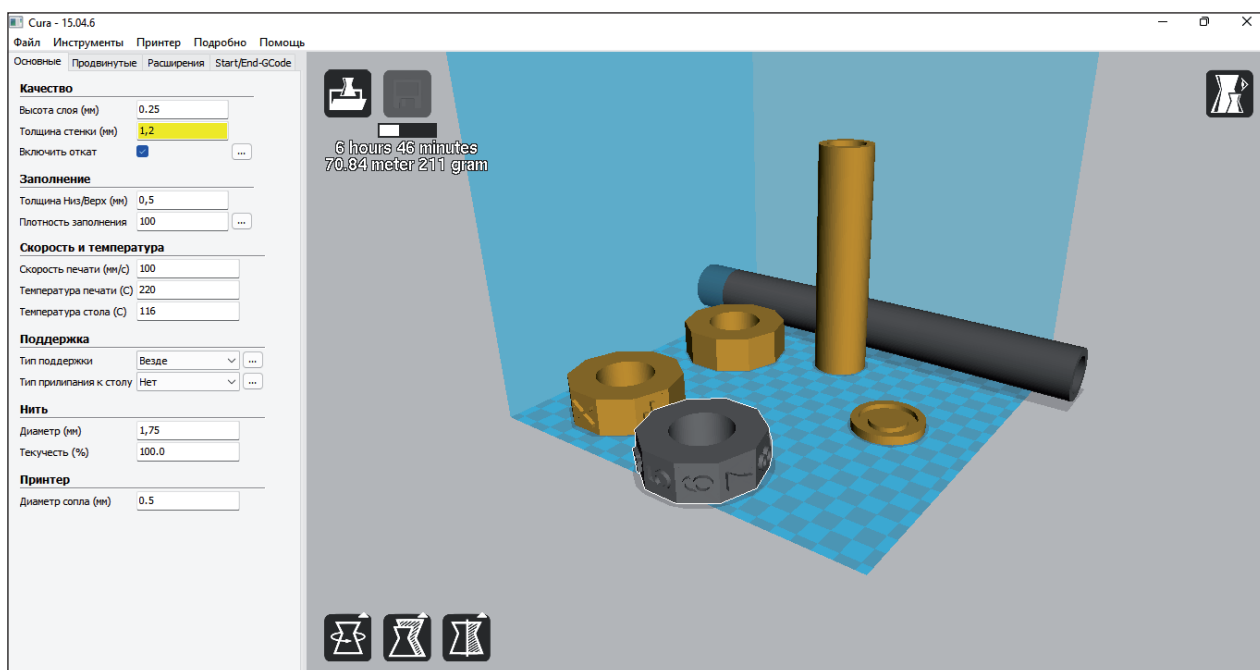


Рис. 2. Подготовка компьютерной модели математического калькулятора

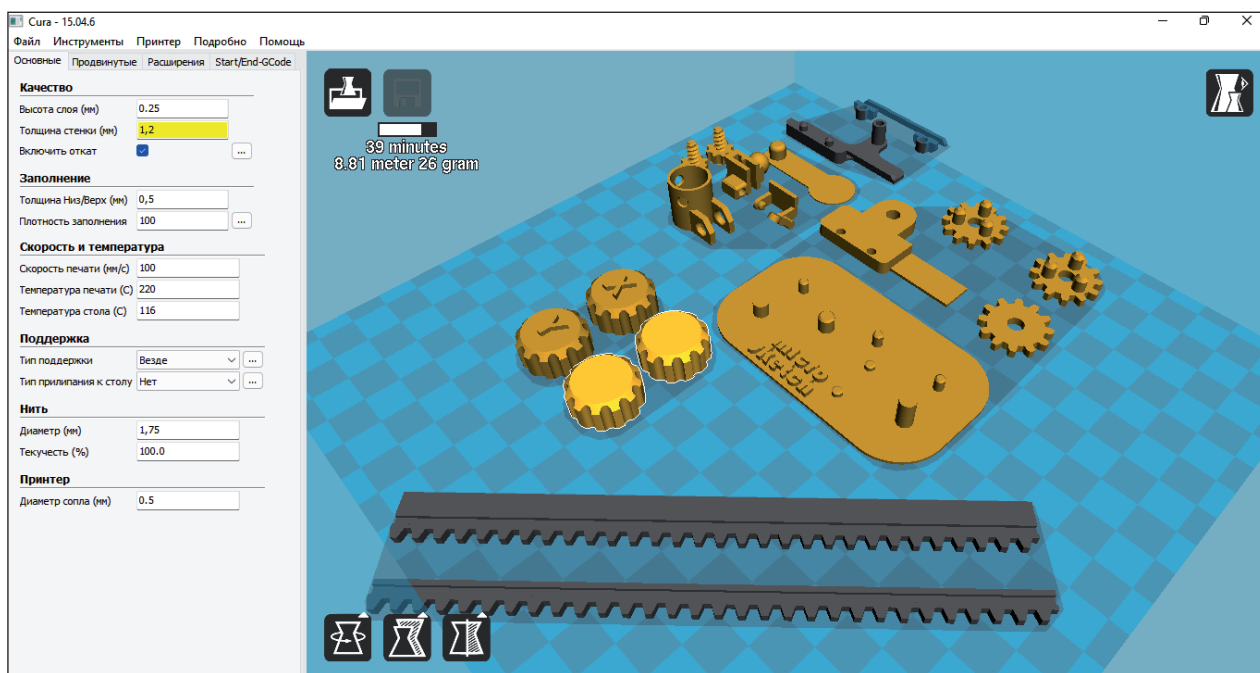


Рис. 3. Подготовка компьютерной модели доски для координатного черчения

представление о математическом объекте. В последнем случае обеспечивалась визуализация математических решений разного уровня сложности, что важно для реализации сценариев разных занятий.

В ходе занятий со школьниками были подготовлены и напечатаны модели: математического калькулятора (рис. 2), доски для координатного черчения (рис. 3), теоремы Пифагора (фото 4), кривых постоянной ширины [2, с. 19–26] и др.

При осуществлении определенных видов деятельности на занятиях со школьниками выявились некоторые проблемы у обучающихся, для решения которых были разработаны предложения по их устранению (см. табл.).



Фото 4. Напечатанная на 3D-принтере модель теоремы Пифагора

Проблемы обучающихся, выявленные при определенных видах деятельности на уроках

Проводимая на занятиях деятельность с учащимися	Выявленные в ходе работы проблемы	Предложения по устранению проблем
Обсуждение идей (мозговой штурм) с учащимися. Постановка проблем по визуализации математических объектов. Демонстрация интересных готовых моделей, напечатанных ранее учителем или другими школьниками	Быстрая увлекаемость учащихся, желание поскорее повторить самые сложные модели без предварительной подготовки: изучения свойств объекта, построения компьютерной модели, изучения специальных программ	Корректировка деятельности учащихся, плавный перевод на обсуждение проблем, с которыми можно столкнуться при построении компьютерной модели. Рассказ о поступательной деятельности инженера и правилах построения инженерной книги
Изучение объемных фигур	У обучающихся возникали сложности с переносом моделей в реальную жизнь, в частности, проявлялись проблемы пространственного представления модели	Выполнение упражнений, направленных на развитие пространственного мышления (построение видов модели спереди, сверху, слева) (рис. 4)
Изготовление при помощи 3D-ручки развертки объемных фигур	При моделировании обучающиеся с трудом представляли, как должна выглядеть деталь в конечном итоге	Применение компьютерных программ по геометрическому конструированию
3D-моделирование и печать на 3D-принтере (математического калькулятора, призм, пирамид и др.)	У обучающихся возникали сложности с моделированием объемных фигур	Моделирование изображений именно изображений? в различных программах, а также создание объемных моделей из бумаги при помощи ножниц и клея (фото 5)

Для устранения проблем у учащихся в пространственных представлениях применялись упражнения, направленные на развитие пространственного мышления [17]. Так, со школьниками выполняли упражнения, в которых разбирали построение вида спереди, сверху, слева для фигур из кубиков, представленных на рисунке (рис. 4) [17, с. 38].

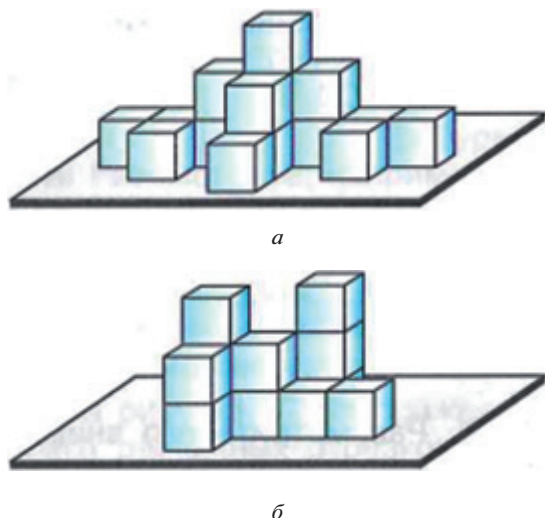


Рис. 4. Фигуры из кубиков для построения вида спереди, сверху, слева

Также учащимся предлагалось рассмотреть конструкции из кубиков, представленные в двух видах — вид спереди и вид сверху (рис. 5), и изобразить для каждой конструкции вид слева [14, с. 39]. Для проверки можно было собрать конструкции из кубиков у себя на парте.

Для устранения дефицита итогового пространственного представления деталей применялись учебные про-

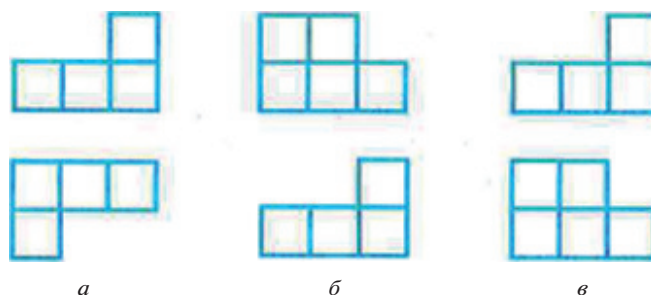


Рис. 5. Конструкции, представленные в двух видах — вид спереди и вид сверху

граммы — так называемые информационные источники сложных структур по геометрическому конструированию в плоскости и пространстве для V класса, расположенные в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов [11].

Для устранения проблемы со сложностью моделирования объемных фигур применялись разные программы для моделирования (Blender, FreeCAD, Tinkercad), а также разные способы создания промежуточных моделей при помощи бумаги, ножниц и клея (фото 5).

Таким образом, для достижения поставленной нами цели мы **решили следующие организационные и дидактические задачи:**

- педагогический поиск и анализ в научной и научно-популярной литературе и интернет-источниках готовых математических моделей, а также разработка собственных математических 3D-моделей и их последующая печать для использования на соответствующих этапах уроков;
- разработка педагогических сценариев занятий по математике по различным темам с применением 3D-технологий;

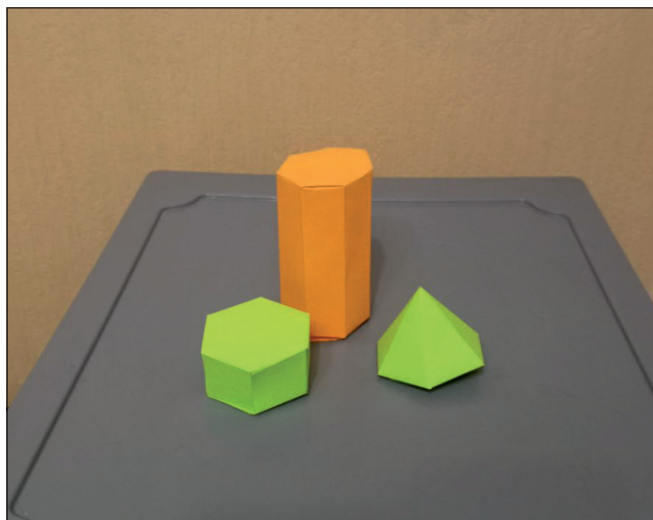


Фото 5. Модели объемных геометрических фигур, изготовленные школьниками из бумаги

- реализация разработок сценариев и использование моделей на уроках и внеурочных занятиях в школе, а также в кружках по проектной деятельности и математике в центре дополнительного образования;
- рефлексия проведенного педагогического эксперимента, апробация результатов в профессиональных сообществах.

4. Результаты

При проверке вовлеченности детей в работу на уроках математики до и после применения 3D-технологий получены результаты, представленные на рисунке 6.



Рис. 6. Анализ вовлеченности учащихся в работу на занятиях по математике до и после применения 3D-технологий.

5. Выводы

В математике, особенно на уроках геометрии, нельзя обойтись без наглядного материала. Визуализация на уроках служит таким наглядным материалом, который поясняет различные теоремы и определения, а также позволяет закрепить образы в памяти полученные математические сведения. Распечатанные модели позволяют иллюстрировать понятия из различных областей математики (представление функций, тригонометрических и логарифмических выражений и т. д.). Совместная работа студентов — будущих педагогов со школьниками над созданием моделей посредством инструментария 3D-технологий и последующая печать разработанных моделей решают несколько образовательных задач:

- обучение 3D-технологиям — освоение процесса 3D-моделирования и 3D-печати (на 3D-принтере и с помощью 3D-ручки), создание дизайна модели;
- повышение мотивации к изучению компонентов STEAM, понимание связей между естественными науками, точными науками, технологиями, инженерией и искусством (гуманитарными науками);
- развитие инженерных способностей (изобретательности, умения проводить оценку инженерного решения — социальную, экономическую, дизайнерскую);
- развитие у школьников когнитивных способностей;
- повышение интереса учащихся к задачам, которые решают ученые-математики.

Помимо создания и реализации программ по математике для школы с использованием 3D-технологий, построенных на традиционном содержании математики, можно создавать новые математические модели, повышающие интерес к математике, а также реализовывать поступление этих моделей в учреждения общего и дополнительного образования. С этой целью происходит встраивание модуля по изучению 3D-печати математических объектов в курсы повышения квалификации учителей, которые сопровождаются методическими материалами, включающими в себя распечатанные модели для визуализации математических решений.

Список источников

1. Авдоньев Е. Я. Графические модели — начало науки технического творчества // Строительство и техногенная безопасность. 2014. № 50. С. 25–28.
2. Акияма Дж., Руис М.-Дж. Страна математических чудес / пер. с англ. М. И. Бабиковой. М.: Изд-во МЦНМО, 2009. 240 с.
3. Акуленко И. А. Семиотический компонент методической компетенции будущего учителя математики // Вестник Брянского госуниверситета. 2013. № 1. С. 74–76.
4. Алдошина М. И. Эффективные технологии формирования компетенций в современном университетском образовании // Профессиональное образование в современном мире. 2020. Т. 10. № 3. С. 4022–4030. DOI: 10.15372/PEMW20200312
5. Анисимова Т. И., Шатунова Ф. М., Сабирова Ф. М. STEAM-образование как инновационная технология для Индустрии 4.0 // Научный диалог. 2018. № 11. С. 322–332. EDN: YOWSNV. DOI: 10.24224/2227-1295-2018-11-322-332
6. Баева Е. И. Графическое моделирование как смысловая техника в учебном процессе // Северо-Кавказский психологический вестник. 2014. № 4. С. 21–27.

7. Бреус И. А. Теоретико-методические аспекты проблемы развития пространственного мышления школьников // Проблемы современного педагогического образования. 2018. № 61-4. С. 38–41. EDN: YUKMWD.
8. Брикалова Е. А., Горюнова И. А., Корягина О. М. Моделирование как средство развития пространственного мышления // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2016. № 10-1. С. 51–55. EDN: WWHRTTR.
9. Гулева М. А. Новые тенденции в развитии образовательной сферы в Китае // Азия и Африка сегодня. 2018. № 6 (731). С. 51–55. EDN: URAYSU. DOI: 10.7868/S0321507518060077
10. Дорофеева А. С. Анализ развития STEAM-образования в России и за рубежом // Известия Балтийской государственной академии рыбопромыслового флота: психолого-педагогические науки. 2020. № 4 (54). С. 236–242. EDN: AEVPSI. DOI: 10.46845/2071-5331-2020-4-54-236-242.
11. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов. <http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/b33a1431-1b0f-4794-b2a7-83cd3b9d7bca/104715/>
12. Зеннова Н. Н. Развитие пространственного мышления школьников — залог успешного изучения точных дисциплин в вузе // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2012. № 6 (65). С. 231–237.
13. Коногорская С. А. Особенности развития компонентов пространственного мышления школьников на разных ступенях общего образования // Ученые записки Российского государственного социального университета. 2019. Т. 18. № 4 (153). С. 91–99. EDN: PONMAK. DOI: 10.17922/2071-5323-2019-18-4-91-99
14. Марченко М. Н. Графическая деятельность и компьютерные технологии в профессиональной подготовке будущих дизайнеров // Историческая и социально-образовательная мысль. 2013. № 5. С. 115–118. EDN: RPXOAP.
15. Математические уравнения можно увидеть, благодаря 3D-печати. <https://3dtoday.ru/industry/matematicheskie-uravneniya-mozhno-videt-blagodarya-3d-pechati.html>
16. Нурмагомедов Д. М., Камилова Ш. Д. Проблема формирования пространственных представлений у младших школьников при обучении математике // Известия Дагестанского государственного педагогического университета. 2012. № 3 (20). С. 70–74. EDN: QBPFBLL.
17. Панчицина В. А., Гельфман Э. Г., Ксенева В. Н. и др. Математика. 5–6 классы. Наглядная геометрия. М.: Просвещение. 2023. 177 с.
18. Тарасенкова Н. А. Проблемы и перспективы реализации семиотического подхода в математическом образовании // Дидактика математики. 2005. № 24. С. 132–136.
19. Шаповалов Д. Н., Чернобабова К. В. Применение 3D-технологий для решения стереометрических задач // Современные инновации. 2019. № 5 (33). С. 32–35.
20. Шатунова О. В. STEM- и STEAM-образование: от технологии к искусству // Актуальные направления современной науки, образования и технологий. Материалы Всероссийской научно-практической конференции (г. Чебоксары, 23 апреля 2020 года). Чебоксары: Экспертно-методический центр, 2020. С. 259–263.
21. Buckley J., Seery N., Canty D. Investigating the use of spatial reasoning strategies in geometric problem solving // International Journal of Technology and Design Education. 2019. DOI:10.1007/s10798-018-9446-3
22. Reid C., Buckley J., Seery N., Dunbar R. Examining the relationship between spatial ability and cognitive load during complex problem solving. PATT 39. 2022. P. 246.