

DOI: 10.32517/2221-1993-2023-22-5-62-66

А. А. Вендина

Академия Минпросвещения России, г. Москва, Россия

К. А. Киричек

Ставропольский государственный педагогический институт, г. Ставрополь, Россия

ОБУЧЕНИЕ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЫИГРЫШНОЙ СТРАТЕГИИ

Аннотация

Одним из способов эффективного обучения информатике в начальной школе является обеспечение занимательного характера обучения. К занимательным заданиям можно отнести задачи на игровые стратегии, позволяющие младшим школьникам учиться осуществлять поиск выигрышной стратегии при игре с фишками, в шашки, домино, математическое лото и т. п. Целью данной статьи является описание особенностей обучения младших школьников решению задач на определение выигрышной стратегии аналитическим способом. В статье рассматриваются основные понятия теории игр, необходимые для решения задач на определение выигрышной стратегии на уровне начального общего образования: определение математических игр, их правила, понятия выигрышной стратегии и правильной игры. Приводятся способы решения игр с симметричной выигрышной стратегией и с выигрышной стратегией дополнения до числа, описание выигрышных стратегий и пример составления алгоритма для одной из рассмотренных задач. Сделан вывод о том, что умение определять выигрышную стратегию можно отнести к метапредметным умениям.

Ключевые слова: теория игр, математические игры, начальная школа, стратегия, определение выигрышной стратегии, информатика, математика.

1. Введение

В действующем в настоящее время ФГОС начального общего образования выделена предметная область «Математика и информатика»; при этом учебный предмет «Информатика» не является обязательным для освоения на уровне начального общего образования, но может быть включен в учебный план — в часть, формируемую участниками образовательных отношений. Однако

этот вариант не получил широкого распространения в школах России, поэтому чаще всего базовые пользовательские навыки владения компьютером и средствами ИКТ приобретаются младшими школьниками на уроках технологии (если материальная база образовательной организации позволяет это осуществить), а отрабатываются при изучении всех учебных предметов. В то же время теоретический материал по информатике интегрируется в курс математики. Также раннее изучение

Контактная информация

Вендина Алла Анатольевна, канд. физ.-мат. наук, доцент, эксперт отдела административного, аналитического сопровождения и авторского контроля, Академия Минпросвещения России, г. Москва, Россия; *адрес:* 125212, Россия, г. Москва, Головинское ш., д. 8, корп. 2а; *e-mail:* aavendina@gmail.com.

Киричек Ксения Александровна, канд. пед. наук, доцент, зав. кафедрой математики, информатики и цифровых образовательных технологий, Ставропольский государственный педагогический институт, г. Ставрополь, Россия; *адрес:* 355029, Россия, г. Ставрополь, ул. Ленина, д. 417 «А»; *e-mail:* KirichekKA@mail.ru.

A. A. Vendina

Academy of the Ministry of Education of Russia, Moscow, Russia

K. A. Kirichek

Stavropol State Pedagogical Institute, Stavropol, Russia

TEACHING YOUNGER STUDENTS TO SOLVE PROBLEMS TO DETERMINE A WINNING STRATEGY

Abstract

One of the ways to effectively teach informatics in primary school is to provide an entertaining character of learning. Entertaining tasks include tasks for game strategies that allow younger schoolchildren to learn to search for a winning strategy when playing with chips, checkers, dominoes, mathematical lotto, etc. The purpose of the article is to describe the features of teaching younger schoolchildren to solve problems to determine a winning strategy in an analytical way. The article discusses the basic concepts of game theory necessary for solving problems of determining a winning strategy at the level of primary general education: the definition of mathematical games, their rules, the concepts of winning strategy and correct game. The methods of solving games with a symmetric winning strategy and with a winning strategy of addition to a number, a description of winning strategies and an example of an algorithm for one of the considered problems are given. It is concluded that the ability to determine a winning strategy can be attributed to meta-subject skills.

Keywords: game theory, mathematical games, primary school, strategy, definition of winning strategy, informatics, mathematics.

школьного курса информатики возможно во внеурочной деятельности [4].

Исследование ученых Нижегородского педагогического университета имени Козьмы Минина показало, что с целью эффективного обучения информатике в начальной школе необходимо придавать курсу информатики в большей степени занимательный характер, нежели учебный [9]. **Задания в занимательной форме** привлекают внимание младших школьников благодаря необычной форме представления и/или содержания и в то же время позволяют формировать такие предметные результаты освоения предметной области «Математика и информатика», как развитие логического и алгоритмического мышления, использование приобретенных знаний для решения практических задач и многие другие.

Существует большое количество разнообразных занимательных заданий, к числу которых относятся **задачи на игровые стратегии (стратегические задачи)**. Задачи на игровые стратегии на уровне начального общего образования позволяют младшим школьникам учиться разрабатывать выигрышные стратегии при игре с фишками, в шашки, домино, математическое лото и т. п. Ю. Р. Рысаева отмечает, что решение стратегических задач является одним из условий развития познавательного интереса учащихся начальных классов [12]. А. И. Газейкина, Н. В. Топорова в своем исследовании [6] показали, что решение стратегических задач положительно влияет на формирование прогностических умений школьников. Задания № 19–21 демонстрационного варианта ЕГЭ по информатике 2024 года, а также задания ЕГЭ предыдущих лет содержат задачи на выявление умения анализировать алгоритм логической игры, разрабатывать и обосновывать выигрышную стратегию игры. Решать такие задания можно как аналитическим способом, так и с использованием средств информационных технологий, чему посвящен ряд работ (см., например, [2, 7, 8, 10]). Н. М. Дубровина, М. А. Федотенко разработали образовательное мобильное приложение для обучения решению задач на определение выигрышной стратегии, которое можно использовать на разных уровнях образования, в том числе на уровне начального общего образования, для ознакомления младших школьников с основами темы «Поиск выигрышной стратегии» в игровой форме [10].

Целью данной статьи является описание особенностей обучения младших школьников решению задач на определение выигрышной стратегии аналитическим способом.

2. Основные понятия теории игр, необходимые для решения задач на определение выигрышной стратегии на уровне начального общего образования

Игры в нашей жизни имеют достаточно большое значение. Дети познают мир с помощью игровой деятельности, а взрослые приятно, увлекательно и занимательно проводят свой досуг за игрой. В математике и информатике выделяют особый вид игр, развивающих логическое, пространственное, абстрактное мышление, — математические игры [11]. Раздел математики, в котором изучаются схемы наилучшего выбора реше-

ний участниками тех или иных ситуаций, называется **теорией игр** [14, с. 121].

В самом общем понимании **математической игрой** называют такую игру, которая в своем процессе требует применения математических методов и умозаключений [1, с. 5]. Среди всего многообразия математических игр выделяют **математические игры для двух игроков**. Как правило, цель такой игры — достичь выигрыша одному из игроков.

Анализ литературы, посвященной рассмотрению различных математических игр [1, 11, 14, 15], позволил выявить их **правила**:

- должны быть определены правила поведения игроков;
- игроки делают ходы по очереди, они не могут пропустить ход;
- игрокам известны все ходы соперника;
- проигрывает тот игрок, который не может совершить ход.

В математических играх **первым игроком** называют того, кто начинает игру первым.

Игра может закончиться выигрышем одного из игроков или вничью, как, например, игра «Крестики-нолики». Если правила игры не допускают ничью, то для одного из игроков существует выигрышная стратегия. **Выигрышная стратегия** — это правило поведения в игре, следуя которому один из игроков может выиграть, как бы ни играл его соперник. Если игрок придерживается выигрышной стратегии, то такая игра называется **правильной**.

Во многих простейших математических играх выигрышная стратегия зависит от:

- правил (условий) игры;
- начальных данных;
- того, ходит игрок первым или вторым.

Если оба игрока знают выигрышную стратегию правильной игры и безошибочно играют, то исход игры зависит лишь от начального положения игроков, так как по начальному положению можно определить, кто из них выиграет. Таким образом, **решить задачу с математической игрой** — значит, выявить выигрышную стратегию и назвать победителя правильной игры.

Среди выигрышных стратегий можно выделить:

- **симметричную стратегию;**
- **стратегию дополнения до числа.**

Указанные виды стратегий реализуются в **математических играх, получивших название «Ним»** [3, с. 47–50].

Рассмотрим примеры задач с перечисленными выше выигрышными стратегиями, разберем их решение с указанием особенностей обучения младших школьников.

3. Решение задач с выигрышной симметричной стратегией

Задача 1 [14, с. 71].

В каждой кучке лежит 12 кубиков. В одной кучке — красные кубики, а в другой — синие. Игрокам разрешается за ход взять любое число кубиков, но только одного цвета (из одной кучки). Выигрывает тот, кто берет последний кубик. Кто выиграет при правильной игре — первый игрок или второй?

При данных условиях можно гарантировать выигрыш второму игроку. Для этого ему необходимо брать то же число кубиков, которое взял первый игрок, но другого цвета, т. е. из другой кучки.

Опишем возможный вариант игры. Допустим, первый игрок берет три синих кубика. Тогда второму игроку нужно взять три красных кубика и количество кубиков в обеих кучках станет равным — по девять штук в каждой кучке. Если первый игрок возьмет еще пять кубиков, то второму игроку в свой ход надо взять из своей кучки столько же. Таким образом, сколько бы кубиков одного цвета ни взял первый игрок, второй заберет последние. При таких начальных данных задачи он выиграет при правильной игре.

Эта задача решается с помощью симметричной стратегии, ведь для выигрыша второму игроку нужно делать такой же ход, как и первому, т. е. **симметричный ход**.

Для визуализации процесса игры дети могут играть как с разноцветными кубиками или иными разноцветными предметами (например, с фишками двух цветов или со счетными палочками), так и на бумаге [5]. В последнем случае мы рекомендуем распечатать лист бумаги с изображенными на нем геометрическими фигурами, а ученики в процессе игры будут зачеркивать те фигуры, которые они «забирают» с игрового поля (рис. 1).

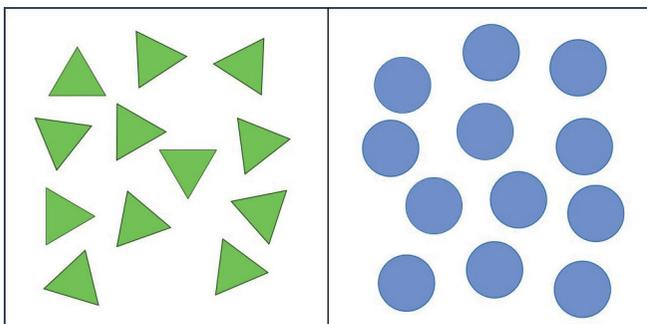


Рис. 1. Игровое поле для задачи 1

Для формирования у младших школьников идеи о выигрышной стратегии мы рекомендуем провести несколько подобных игр с различным числом предметов. Только после этого следует переходить к решению задач с неравным количеством кубиков в кучках, как, например, в задаче 2.

Задача 2.

В одной кучке лежит 12 красных кубиков, а в другой — 15 синих. Игрокам разрешается за ход взять любое число кубиков одного цвета (т. е. из одной кучки). Выигрывает тот, кто берет последний кубик. Кто выиграет при правильной игре — начинающий игру или его соперник?

Так как кучки не равны по количеству кубиков, то цель ясна — первому игроку надо сделать их равными первым своим ходом, т. е. взять три синих кубика. Тогда их количество в обеих кучках станет равным — по 12 штук. Затем второй игрок берет из любой кучки любое количество кубиков; первому при этом надо взять столько кубиков, сколько взял второй, но из другой кучки, т. е. использовать симметричную стратегию, описанную

в задаче 1. При таких условиях задачи первый игрок выигрывает при правильной игре.

В таблице 1 приведем решение каждой из представленных выше задач. Для этого опишем выигрышную стратегию игрока-победителя при правильной игре.

Таблица 1

Описание симметричной стратегии

Выигрышная стратегия для задачи 1	Выигрышная стратегия для задачи 2
<p>Второй игрок выигрывает, если:</p> <ul style="list-style-type: none"> • в каждый свой ход он берет столько кубиков, сколько взял первый игрок, но другого цвета 	<p>Первый игрок выигрывает, если:</p> <ul style="list-style-type: none"> • в первый ход он берет три синих кубика; • в каждый другой ход он берет столько кубиков, сколько взял второй игрок, но другого цвета

Обобщим полученный результат: если изначально в одной кучке m предметов, а в другой n , при этом $m \neq n$, то выигрывает при правильной игре первый игрок: он должен своим ходом уравнивать кучки, а затем поддерживать равенство предметов в обеих кучках. Если же $m = n$, то при правильной игре выигрывает второй игрок: он должен восстанавливать равенство после нарушения его первым игроком.

После выявления выигрышной стратегии для двух кучек с кубиками или иными предметами можно расширить представления детей о выигрышных стратегиях, рассмотрев вариант с тремя кучками предметов. Правила игры остаются теми же, что и в задачах 1, 2.

4. Решение задач с выигрышной стратегией дополнения до числа

При исследовании выигрышных стратегий часто рассматривают игры, в которых берут предметы из одной кучки, но при этом оговаривается максимальное количество предметов, которое можно взять за один ход.

Задача 3.

В одной кучке 25 кубиков. Игрокам по очереди разрешается взять от одного до четырех кубиков. Выигрывает тот из них, кто возьмет последний кубик. Кто выиграет при правильной игре — тот, кто ходит первым или вторым?

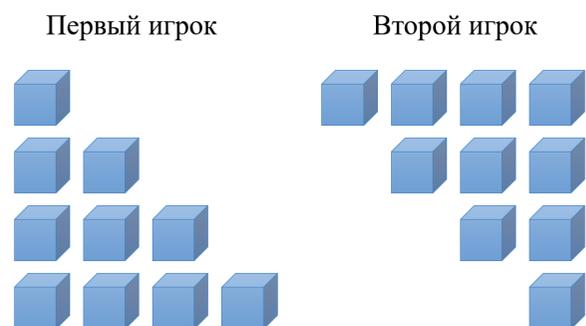


Рис. 2. Дополнение хода первого игрока до пяти кубиков

В этой игре игрок, который ходит вторым, может гарантировать себе выигрыш. Для этого он должен дополнять каждый ход первого игрока до пяти кубиков (рис. 2).

В этом случае каждый раз будет оставаться число кубиков, кратное 5, — 20, 15, 10 и 5. Тогда в последний ход, сколько бы кубиков ни взял первый игрок, второй заберет последние кубики.

Изменим теперь начальные условия задачи 3.

Задача 4.

В одной кучке 27 кубиков. Игрокам по очереди разрешается взять от одного до четырех кубиков. Выигрывает тот из игроков, кто возьмет последний кубик. Кто выиграет при правильной игре — тот, кто ходит первым или вторым?

Так как число кубиков не кратно пяти, то первому игроку необходимо в первый свой ход взять два кубика. Тогда, независимо от того, сколько кубиков возьмет второй игрок, первому игроку для выигрыша нужно дополнять число кубиков, взятых вторым игроком, до пяти. В этом случае он может гарантировать себе выигрыш при правильной игре.

В таблице 2 приведем решение задач 3, 4 с выигрышной стратегией дополнения до числа. Для этого опишем выигрышную стратегию игрока-победителя при правильной игре.

Таблица 2

Описание стратегии дополнения до числа

Выигрышная стратегия для задачи 3	Выигрышная стратегия для задачи 4
Второй игрок выигрывает, если: <ul style="list-style-type: none"> • в каждый свой ход он дополняет число кубиков первого игрока до пяти 	Первый игрок выигрывает, если: <ul style="list-style-type: none"> • в первый ход он берет два кубика; • в каждый последующий ход он дополняет число кубиков второго игрока до пяти

Обобщим полученный результат: если изначально в одной кучке m предметов, а игроки берут от 1 до k предметов в каждый ход, то выигрывает при правильной игре второй игрок, если m делится нацело на $k + 1$: он должен каждым своим ходом дополнять число предметов первого игрока до $k + 1$. В том случае, если m не делится нацело на $k + 1$, то выигрышная стратегия у первого игрока: ему необходимо первым ходом оставить в кучке число предметов, которое делилось бы нацело на $k + 1$.

5. Составление алгоритма выигрышной стратегии

При работе с задачами, содержащими математические игры, мы считаем целесообразным предлагать учащимся описывать шаги выигрышной стратегии и записывать ее алгоритм.

Так, алгоритм выигрышной стратегии задачи 1 может выглядеть следующим образом:

Шаг 1. Первый игрок берет любое количество кубиков из любой кучки (или зачеркивает любое количество фигур из одной колонки игрового поля).

Шаг 2. Второй игрок берет столько же кубиков, сколько и первый, но из другой кучки (или зачеркивает такое же количество фигур из другой колонки игрового поля).

Игра заканчивается, когда на поле не останется кубиков (или все фигуры будут зачеркнутыми).

Для остальных задач используется тот же подход к составлению алгоритма их решения.

Отметим, что в данном случае ученики работают не с алгоритмами в строгом математическом понимании этого термина, а с алгоритмическими предписаниями, что соответствует возрастным особенностям обучающихся на начальной ступени общего образования и методике обучения алгоритмам решения задач в начальной школе [13, с. 235–241].

6. Выводы

Считаем, что обучение младших школьников основам поиска выигрышной стратегии должно начинаться с постановки перед ними проблемы: можно ли, зная правило поведения игроков в математической игре и то, кто будет делать первый ход, назвать победителя игры? Для решения проблемы мы рекомендуем провести серию игр в парах, чтобы дети попытались сформулировать решение поставленной перед ними проблемы — описать выигрышную стратегию игрока-победителя при правильной игре. Играя в парах, ученики меняются ролями, по очереди начиная игру первым. Если у ребят не получается выявить закономерность в ходах игроков, учителю следует предложить реализовать им то решение задачи, которое описано выше, и вместе сформулировать алгоритм выигрышной стратегии. Далее нужно еще несколько раз сыграть в эту игру для закрепления алгоритма, затем изменить количество кубиков (фишек и т. п.) в условии задачи, решить задачу и обобщить полученные результаты.

При первоначальном знакомстве с математическими задачами на определение выигрышной стратегии на одном занятии следует решать только один тип задач и переходить к рассмотрению задач нескольких типов на одном занятии только после того, как будут освоены все выигрышные стратегии.

Мы полагаем, что предлагать младшим школьникам решение задач на игровые стратегии можно при обучении как информатике, так и математике, в том числе во внеклассной работе.

Умение определять выигрышную стратегию можно отнести к метапредметным умениям, так как решение задач на установление выигрышной стратегии способствует развитию таких метапредметных умений, как:

- анализ и сравнение условий задач;
- составление последовательности учебных действий;
- составление алгоритмов решения математических задач;

- построение логически обоснованного рассуждения, включающего установление причинно-следственных связей.

Навыки, сформированные при решении относительно простых задач на игровые стратегии, станут фундаментом для развития аналогичных способностей более высокого уровня в дальнейшем.

Список источников

1. *Аренс В.* Математические игры и развлечения. М.: ЗАО Центрполиграф, 2018. 159 с.
2. *Бабошина А. В., Корнилов П. А.* О системе игр при обучении старшеклассников алгоритмам и математическим структурам // Информатика в школе. 2021. Т. 1. №. 8. С. 18–24. EDN: VCMZEL. DOI: 10.32517/2221-1993-2021-20-8-18-24
3. *Болл У. У. Р., Коксетер Г. С. М.* Математические эссе и развлечения / пер. с англ. Н. И. Плужниковой, А. С. Попова, Г. М. Цукерман; под ред. д-ра физ.-мат. наук, проф. И. М. Яглома. М.: Мир, 1986. 472 с.
4. *Босова Л. Л.* Обучение информатике младших школьников. М.: МПГУ, 2020. 296 с.
5. *Вендина А. А., Киричек К. А.* Развитие математической одаренности младших школьников средствами схематизации // Психология одаренности и творчества. Сборник научных трудов IV Международной научно-практической онлайн-конференции. М., 2022. С. 289–294. EDN: OLIJSG.
6. *Газейкина А. И., Топорова Н. В.* Формирование прогностических умений у школьников в процессе обучения математике и информатике // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. 2020. №. 5. С. 219–224. EDN: MZSKNF.
7. *Громова С. Ф.* Особенности решения задач на игровые стратегии средствами информационных технологий в школьном курсе информатики // Вестник Сургутского государственного педагогического университета. 2022. №. 1 (76). С. 99–112. EDN: KIJXHZ. DOI: 10.26105/SSPU.2022.76.1.012
8. *Громова С. Ф.* Теория игр в школьном курсе информатики // Актуальные проблемы науки и техники. Сборник научных статей по материалам VIII Международной научно-практической конференции. Уфа, 2022. С. 212–222. EDN: WIDOCN.
9. *Грязнова Е. В., Гончарук А. Г., Хлап А. А., Гайдукова Д. В.* Информатика в начальной школе: проблемы разработки методического обеспечения // Глобальный научный потенциал. 2020. № 11(116). С. 90–92. EDN: PGLPFP.
10. *Дубровина Н. М., Федотенко М. А.* Мобильное приложение для обучения решению задач по информатике на определение выигрышной стратегии // Наука. Информатизация. Технологии. Образование. Материалы XII международной научно-практической конференции. Екатеринбург: Российский государственный профессионально-педагогический университет, 2019. С. 296–306. EDN: ZFDECT.
11. Игровые стратегии // Фоксфорд. Учебник. <https://foxford.ru/wiki/informatika/igrovye-strategii>
12. *Рысаева Ю. Р.* Использование интернет-сервисов при обучении решению стратегических задач по математике как условие развития познавательного интереса младших школьников // Юность Большой Волги. Сборник статей лауреатов XXIII Межрегиональной конференции-фестиваля научного творчества учащейся молодежи. Чебоксары, 2021. С. 253–255. EDN: SLPYUD.
13. *Стойлова Л. П.* Математика: учебник для студентов учреждений высшего профессионального образования. 3-е изд., стер. М.: Академия, 2013. 424 с.
14. *Тонких А. Р.* Стохастика в начальной школе: пособие для учителей начальных классов. М.: Баласс, 2013. 128 с.
15. *Шень А.* Игры и стратегии с точки зрения математики. М.: МЦНМО, 2018. 56 с.