



DOI: 10.32517/2221-1993-2023-22-2-55-62

**Н. И. Заводчикова***Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского, г. Ярославль, Россия;**Средняя школа № 76, г. Ярославль, Россия*

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАФИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ РАЗРЯДОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ»\*

### *Аннотация*

Информационная насыщенность курса информатики основной школы заставляет обратить внимание на возможность знакомства школьников с темой «Системы счисления» на пропедевтическом этапе. Использование в пятых-шестых классах понятия развернутой формы записи числа для обоснования изучаемых алгоритмов в силу понятных причин невозможно. На данном этапе обучения можно организовать действия учащихся с помощью обобщенной графической модели системы разрядов, что позволит с самого начала включить понятие позиционности в ориентировочную основу действий с числами в различных системах счисления. Переход от работы с разрядной сеткой к традиционному оформлению алгоритмов целесообразно осуществлять в три этапа. На первом этапе школьникам предлагается оперировать с числами в различных системах счисления в разрядной сетке, заменяя  $q$  единиц текущего разряда одной единицей следующего разряда, и наоборот. На втором этапе устанавливается соответствие между действиями, выполняемыми на первом этапе, и операциями деления (умножения), для опосредования умственных действий по-прежнему используется модель системы разрядов. На третьем этапе происходит отказ от визуального использования схемы разрядов, школьники переходят к традиционному оформлению алгоритмов действий с числами в различных системах счисления. Для каждого из этапов в статье приведены задачи и вопросы для организации фронтального решения этих задач.

**Ключевые слова:** системы счисления, знаково-символические средства обучения, ориентировочная основа действия, материализованная форма действия, набор задач.

### Введение

Тема «Системы счисления» является довольно трудной для большинства школьников. Сложность обоснования изучаемых алгоритмов в общем виде и недостаток времени, отведенного на изучение материала,

иногда приводят к тому, что автоматизация навыков происходит раньше, чем ученики начинают понимать суть изучаемых алгоритмов.

Одним из путей успешного освоения обучающимися достаточно объемного учебного содержания курса информатики в основной школе, по мнению Л. Л. Босовой,

\* Материалы к статье можно скачать на сайте ИНФО: [http://infojournal.ru/journals/school/school\\_02-2023/](http://infojournal.ru/journals/school/school_02-2023/)

### Контактная информация

**Заводчикова Надежда Ивановна**, канд. пед. наук, доцент;  
доцент кафедры теории и методики обучения информатике, Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского, г. Ярославль, Россия; *адрес:* 150000, Россия, г. Ярославль, ул. Республиканская, д. 108/1;  
учитель информатики, средняя школа № 76, г. Ярославль, Россия; *адрес:* 150031, Россия, г. Ярославль, ул. Автозаводская, д. 69д;  
*e-mail:* [zaw-nadejda@yandex.ru](mailto:zaw-nadejda@yandex.ru)

### **N. I. Zavodchikova**

Yaroslavl State Pedagogical University named after K. D. Ushinsky, Yaroslavl, Russia;  
School 76, Yaroslavl, Russia

### USING A DIGIT GRID WHEN STUDYING THEME "NUMBER SYSTEMS"

#### **Abstract**

The information richness of the informatics course of the basic school makes you pay attention to the possibility for introducing the theme "Number systems" to students at the propaedeutic stage. The use in the fifth or sixth grades of the concept of a detailed form for recording a number to justify the studied algorithms, is impossible for obvious reasons. At this stage of training, you can arrange student actions using a digit grid, which allows you to include the concept of positionality in the orientation basis of actions with numbers in different number systems from the very beginning. The transition from work with a bit grid to the traditional design of algorithms is reasonable to be carried out in three stages. At the first stage, students are offered to operate with numbers in various number systems in a digit grid, replacing  $q$  units of the current digit with one unit of the next bit and vice versa. At the second stage, the correspondence between the actions performed at the first stage and the division (multiplication) operations is established, the digit grid is still used to mediate mental actions. At the third stage, the visual use of the bit scheme is refused, students move on to the traditional design of algorithms for actions with numbers in various number systems. For each of the stages, the article provides tasks and questions for organizing frontal solution.

**Keywords:** number systems, symbolic means of training, orientation basis of action, materialized form of action, set of tasks.

является начало его систематического изучения уже в пятых-шестых классах [2]. Необходимость пропедевтики темы «Системы счисления» очевидна, однако из-за малого опыта работы с абстрактными математическими выражениями ученики пятых-шестых классов не смогут понять и присвоить принцип позиционности, опираясь на понятие развернутой формы записи числа, как это происходит в курсе информатики основной школы. Целесообразно обратиться к опыту психологов, исследующих особенности усвоения начальных математических понятий при разных видах материализации объектов и орудий действия.

В работе Н. Г. Салминой, Л. С. Колмогоровой [9] показано, что усвоение принципа позиционности происходит со значительными затруднениями, если не использовать обобщенную графическую модель расположения разрядов (разрядную сетку). В разрядной сетке каждый разряд занимает строго определенное место: единицы нулевого разряда (соответствуют количеству предметов) находятся на правой стороне листа, единицы первого и последующих разрядов отделяются друг от друга вертикальной чертой. Указанное исследование проводилось с учащимися начальной школы, поэтому авторы организовывали деятельность школьников в материальной форме (перекладывание кубиков в разрядной сетке). При работе с учащимися следующей ступени обучения можно рассчитывать на тот же эффект при замене материальной формы действия материализованной.

Организация действий с натуральными числами в различных системах счисления с помощью разрядной сетки на уроках в пятом-шестом классах позволяет с самого начала включить позиционность в ориентировочную основу формируемых умственных действий. После этого в восьмом классе традиционное изложение будет опираться на созданную ранее систему образов, изученные алгоритмы получают строгое обоснование и возможность обобщения на множество действительных чисел.

## Этапы формирования знаково-символических структур при изучении темы «Системы счисления»

Переход от работы с разрядной сеткой к знаково-символической системе, основанной на понятии развернутой формы записи числа, целесообразно осуществлять в несколько этапов [8].

**На предварительном этапе** организуется знакомство школьников с понятиями системы счисления, позиционной и непозиционной систем счисления, алфавита системы счисления; приводятся примеры различных непозиционных систем счисления. Для этого можно использовать задания, представленные в работах [1, 4].

**На первом этапе** происходит обсуждение способа записи некоторого количества предметов с помощью знаков алфавита, мощность которого равна  $q$ : учащиеся выполняют операцию последовательной замены  $q$  предметов (единицек, палочек) текущего разряда на одну единицу следующего, иллюстрируя свои действия на разрядной сетке. Также на этом этапе происходит обсуждение действий при обратном переводе в десятичную систему счисления числа, записанного в  $q$ -ичной системе счисления.

**На втором этапе** устанавливается соответствие между операцией последовательной замены единиц и действиями деления/умножения. Для организации ментального пространства операций по-прежнему используется разрядная сетка.

**На третьем этапе** учащиеся приходят к традиционному визуальному оформлению алгоритмов перевода без использования разрядной сетки.

Для закрепления действий с числами в различных системах счисления на каждом из этапов школьникам предлагаются задания на выполнение арифметических операций, на анализ цифр и разрядности числа и т. п. [6, 7].

Перечисленные этапы ниже представлены как наборы заданий и вопросов для школьников. Для организации фронтальной и индивидуальной работы учащихся целесообразно использовать презентацию и рабочую тетрадь, они представлены в архиве дополнительных материалов к данной статье на сайте ИНФО: [http://infojournal.ru/journals/school/school\\_02-2023/](http://infojournal.ru/journals/school/school_02-2023/)

### Этап 1. Запись некоторого количества предметов с помощью заданного количества знаков

**Цель первого этапа** освоения действий с числами в различных системах счисления — формирование системы образов, соответствующих понятиям разряда, основания и алфавита системы счисления, установление функциональных связей между этими понятиями.

**Последовательность предоставления учащимся учебного материала на данном этапе может быть следующей:**

- 1) Актуализация имеющихся у школьников представлений о непозиционных и позиционной (десятичной) системах счисления, обсуждение способа записи некоторого количества объектов с помощью десяти цифр (задания 1.1, 1.2).
- 2) Обсуждение способа записи некоторого количества объектов с помощью двух цифр (задания 1.3, 1.4).
- 3) Обобщение способа счета предметов с помощью цифр заданного алфавита (задания 1.5–1.8).
- 4) Обсуждение алгоритма перевода в десятичную систему счисления чисел, записанных в других системах счисления (задания 1.9–1.12).
- 5) Решение задач на выполнение арифметических операций с числами в различных системах счисления с использованием обобщенной графической модели системы разрядов (задания 1.13–1.17).

#### Задание 1.1.

Объясните, в чем отличие позиционных и непозиционных систем счисления.

*Вопросы и задания для обсуждения:*

- 1) Что означают цифры X и I в числе XXII?
- 2) Что означают цифры 2, 1 и 0 в числе 2011?
- 3) Что означает тот факт, что мы используем для счета предметов десятичную систему счисления? Сколько цифр в десятичной системе счисления? Назовите алфавит десятичной системы счисления.
- 4) Во сколько раз единица первого разряда больше единицы нулевого разряда? единица второго разряда?

**Задание 1.2.**

Сколько предметов изображено на рисунке (рис. 1)?

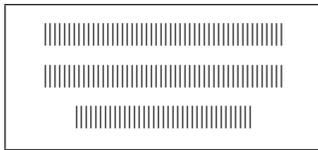


Рис. 1. Рисунок к заданию 1.2

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Можно ли записать это количество предметов с помощью одной цифры?

Для записи чисел, больших девяти, понадобится несколько разрядов. Чтобы записать в виде десятичного числа количество предметов, изображенных на рисунке, будем использовать разрядную сетку. Разряд — это позиция цифры в записи числа. Разряды в записи натуральных чисел нумеруются с нуля справа налево. Каждый предмет является единицей нулевого разряда (рис. 2).

2-й разряд	1-й разряд	0-й разряд

Рис. 2. Изображение разрядной сетки

- 2) Сколько единиц нулевого разряда обозначают одной единицей первого разряда?
- 3) Заменяем десять единиц нулевого разряда на одну единицу первого разряда, затем повторим операцию (рис. 3). До каких пор будем повторять операцию?

2-й разряд	1-й разряд	0-й разряд

Рис. 3. Иллюстрация замены десяти единиц нулевого разряда на одну единицу первого в разрядной сетке

- 4) Можно ли количество единиц, получившихся в первом разряде, записать с помощью одной цифры алфавита? Почему?
- 5) Сколько единиц первого разряда равны одной единице второго разряда?
- 6) Сколько единиц осталось в нулевом разряде? В первом разряде? Во втором? Как записать такое число (рис. 4) в позиционной десятичной системе счисления?

2-й разряд	1-й разряд	0-й разряд

Рис. 4. Запись числа 127 в разрядной сетке

**Задание 1.3.**

Запишите данное на рисунке (рис. 5) количество объектов с помощью двух знаков.



Рис. 5. Рисунок к заданию 1.3

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Вы уже знаете, что в компьютере вся информация представлена в виде двоичного кода. Сколько цифр можно использовать для записи двоичного кода? Какие используют цифры?
- 2) Можно ли количество предметов, представленных на рисунке, записать с помощью одной цифры алфавита {0, 1}?

Для записи с помощью цифр указанного алфавита чисел, больших единицы, понадобится несколько разрядов. Будем также использовать разрядную сетку. Обозначим данные предметы единицами нулевого разряда и договоримся, что одна единица первого разряда обозначает две единицы нулевого, одна единица второго — две единицы первого и т. д.

- 3) Сколько единиц нулевого разряда необходимо заменять на одну единицу первого? До каких пор?

3-й разряд	2-й разряд	1-й разряд	0-й разряд

Рис. 6. Иллюстрация замены двух единиц нулевого разряда на одну единицу первого в разрядной сетке

- 4) Сколько единиц останется в нулевом разряде? Сколько единиц появится в первом разряде (рис. 6)? Можно ли количество единиц первого разряда записать с помощью цифр 0 и 1?
- 5) Сколько единиц первого разряда будем заменять на одну единицу второго? До каких пор? Когда процесс замены двух единиц одного разряда на одну единицу более старшего разряда остановится?

3-й разряд	2-й разряд	1-й разряд	0-й разряд

Рис. 7. Запись числа  $1101_2$  в разрядной сетке

- 6) Как записать число, представленное в разрядной сетке (рис. 7), с помощью цифр 0 и 1?

Данное число объектов записывается как  $1101_2$ . Говорят, что число записано в двоичной системе счисления. Нижний индекс обозначает основание системы счисления, в которой представлено данное число.

**Задание 1.4.**

Запишите данное количество объектов (рис. 8) с помощью двух знаков (0 и 1).

4-й разряд	3-й разряд	2-й разряд	1-й разряд	0-й разряд

Рис. 8. Рисунок к заданию 1.4

**Задание 1.5.**

Запишите данное количество объектов (рис. 9) с помощью трех знаков (0, 1, 2).

4-й разряд	3-й разряд	2-й разряд	1-й разряд	0-й разряд

Рис. 9. Рисунок к заданию 1.5

**Задание 1.6.**

Запишите данное количество объектов (рис. 10) с помощью двенадцати знаков (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B).

4-й разряд	3-й разряд	2-й разряд	1-й разряд	0-й разряд

Рис. 10. Рисунок к заданию 1.6

**Задание 1.7.**

Запишите число 47 в пятеричной системе счисления, используя разрядную сетку.

**Задание 1.8.**

Запишите число 54 в восьмеричной системе счисления, используя разрядную сетку.

**Задание 1.9.**

Запишите число  $10110_2$  в десятичной системе счисления.

**Вопросы и задания для обсуждения:**

1) Представьте число в разрядной сетке. Сколько единиц третьего разряда обозначает одна единица четвертого разряда? Выполним замену единиц четвертого разряда на две единицы третьего (рис. 11). Сколько единиц будет в третьем разряде?

4-й разряд	3-й разряд	2-й разряд	1-й разряд	0-й разряд
+				

Рис. 11. Иллюстрация замены единицы четвертого разряда на две единицы третьего

- Сколько единиц второго разряда обозначает одна единица третьего? Выполним замену каждой единицы третьего разряда на две единицы второго. Сколько единиц появится во втором разряде?
- До каких пор будем заменять одну единицу текущего разряда на две единицы предыдущего?
- Сколько единиц будет в первом разряде после замены всех единиц второго? Сколько единиц будет в нулевом разряде после замены всех единиц первого? Как записать число  $10110_2$  в десятичной системе счисления?

**Задание 1.10.**

Запишите число  $10101_2$  в десятичной системе счисления, используя разрядную сетку.

**Задание 1.11.**

Запишите число  $120_3$  в десятичной системе счисления, используя разрядную сетку.

**Задание 1.12.**

Запишите число  $1A3_{11}$  в десятичной системе счисления.

**Задание 1.13.**

Найдите следующее число для числа  $11_2$ , используя разрядную сетку (на рисунке 12 приведен один из вариантов оформления процесса выполнения задания).

2-й разряд	1-й разряд	0-й разряд
		+
	++	++

Рис. 12. Оформление решения задания 1.13

**Задание 1.14.**

Найдите предыдущее число для числа  $100_2$ , используя разрядную сетку (на рисунке 13 приведен один из вариантов оформления процесса выполнения задания).

2-й разряд	1-й разряд	0-й разряд
+	+	
		-

Рис. 13. Оформление решения задания 1.14

**Задание 1.15.**

Назовите следующее и предыдущее числа для каждого из данных чисел:  $101_2$ ,  $11_2$ ,  $101_2$ ,  $12_3$ ,  $222_3$ ,  $200_3$ ,  $105_6$ ,  $150_6$ ,  $230_8$ .

**Задание 1.16.**

Назовите максимальное и минимальное трехзначное число:

- в восьмеричной системе счисления;
- в пятеричной системе счисления, старшая цифра которого равна 3;
- в троичной системе счисления, младшая цифра которого равна 2;

**Задание 1.17.**

Найдите значение выражения:

- $25_6 + 2_6$ ;
- $37_8 + 15_8$ ;
- $23_6 - 5_6$ ;
- $101001_2 - 11_2$ ;
- $FDC_{16} + 5_{16}$ ;
- $FDC_{16} - 5_{16}$ ;
- $FD5_{16} - C_{16}$ .

**Этап 2. Формулировка алгоритмов перевода натуральных чисел в систему счисления с основанием  $q$  и обратно**

**Цель второго этапа** — сформулировать алгоритм перевода десятичного числа в систему счисления с основанием  $q$ , подготовить учащихся к знакомству с понятием развернутой формы записи числа. Знаково-символическая структура, использовавшаяся для опосредования действия на первом этапе изучения темы, сохраняется.

**Последовательность изложения может быть следующей:**

- 1) Установление соответствия между действиями последовательной замены нескольких единиц текущего разряда на одну единицу более старшего разряда и действием деления чисел в десятичной системе счисления. Формулировка алгоритма перевода натурального десятичного числа в систему счисления с основанием  $q$  (используются формулировки, аналогичные приведенным в [3]). Фиксация действий учащихся происходит в разрядной сетке (задания 2.1–2.7).
- 2) Дифференциация действия перевода на отдельные операции. Решение задач на использование одного шага алгоритма (задания 2.8, 2.9).
- 3) Установление соответствия между действиями последовательной замены единиц текущего разряда на  $q$  единиц предыдущего в разрядной сетке и определением «веса» цифры каждого из разрядов. Формулировка алгоритма перевода числа из системы счисления с основанием  $q$  в десятичную систему счисления (задания 2.10–2.15).
- 4) Использование для решения задач факта, что в системе счисления с основанием  $q$  «вес» единицы следующего разряда в  $q$  раз больше «веса» единицы текущего (задания 2.16–2.20).

**Задание 2.1.**

Переведите число 21 в двоичную систему счисления.

*Вопросы для обсуждения:*

Переносить единицы в разрядной сетке для перевода в двоичную систему счисления больших чисел неудобно. Обратите внимание, как осуществляется перевод числа 21 в двоичную систему счисления (рис. 14).

- 1) Сколько единиц будет в первом разряде, если в нулевом разряде имеем 21 единицу и одна единица первого разряда равна двум единицам нулевого? Сколько единиц останется в нулевом разряде? Какая операция помогла вам найти ответ?

4-й разряд	3-й разряд	2-й разряд	1-й разряд	0-й разряд
$\begin{array}{r} 1 \quad 2 \\ 0 \quad 0 \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \quad 2 \\ 2 \quad 1 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \quad 2 \\ 4 \quad 2 \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10 \quad 2 \\ 10 \quad 5 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 21 \quad 2 \\ 20 \quad 10 \\ \hline 1 \end{array}$
1	0	1	0	1

Рис. 14. Иллюстрация алгоритма перевода числа 21 в двоичную систему счисления с помощью разрядной сетки

- 2) Сколько единиц будет во втором разряде, если в первом разряде было 10 единиц? Сколько единиц останется в первом разряде? Какая операция помогла вам найти ответ?
- 3) До каких пор будем выполнять деление числа и получаемых целых частных на два?
- 4) Как записать число 21 в двоичной системе счисления?

**Задание 2.2.**

Запишите число 35 в двоичной системе счисления, используя операцию деления (рис. 15).

	5-й разряд	4-й разряд	3-й разряд	2-й разряд	1-й разряд	0-й разряд
Целое частное						35
	$\begin{array}{r} \text{—} \text{—} \\ \text{—} \text{—} \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{—} \text{—} \\ \text{—} \text{—} \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{—} \text{—} \\ \text{—} \text{—} \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{—} \text{—} \\ \text{—} \text{—} \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{—} \text{—} \\ \text{—} \text{—} \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{—} \text{—} \\ \text{—} \text{—} \\ \hline \end{array}$
Остаток						

Рис. 15. Рисунок к заданию 2.2

**Задание 2.3.**

Заполните пропуски в алгоритме перевода числа из десятичной системы счисления в двоичную.

Последовательно выполнять \_\_\_ числа и получаемых целых частных на \_\_\_ до тех пор, пока не получим частное, равное \_\_\_. Полученные остатки являются \_\_\_ числа в двоичной системе счисления. Составить число в двоичной системе счисления, записывая его с \_\_\_ полученного остатка.

**Задание 2.4.**

Запишите число 172 в восьмеричной системе счисления, используя перенос единиц в разрядной сетке и операцию деления. Сформулируйте алгоритм перевода числа из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием восемь.

**Задание 2.5.**

Запишите число 153 в пятеричной системе счисления. Сформулируйте алгоритм перевода числа из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием пять.

**Задание 2.6.**

Запишите число 275 в двенадцатеричной системе счисления. Сформулируйте алгоритм перевода числа из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием 12.

**Задание 2.7.**

Переведите число 239 из десятичной системы счисления в двоичную, троичную, четверичную, пятеричную, восьмеричную, двенадцатеричную и шестнадцатеричную системы счисления. Запишите алгоритм перевода числа из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием  $q$ .

**Задание 2.8.**

Найдите последнюю цифру числа:

- 73546 в двоичной системе счисления;
- 1234567 в двоичной системе счисления;
- 123351 в троичной системе счисления;
- 123344 в троичной системе счисления;
- 32033 в четверичной системе счисления;
- 175 в шестнадцатеричной системе счисления.

**Задание 2.9.**

Заполните пропуски в следующих фразах:

- Если двоичное число оканчивается на 0, то соответствующее ему десятичное число делится на \_\_\_\_.
- Если десятичное число делится на 5, то это число в \_\_\_\_-ичной системе счисления оканчивается на 0.

**Задание 2.10.**

Запишите число  $1011_2$  в десятичной системе счисления.

*Вопросы и задания для обсуждения:*

- Как записать число  $1011_2$  в десятичной системе счисления?

Необходимо каждую единицу третьего разряда заменить на две единицы второго, затем каждую единицу второго — на две первого, каждую единицу первого — на две единицы нулевого. Таким образом, необходимо единицы каждого из разрядов представить как единицы нулевого разряда.

- Сколько единиц нулевого разряда обозначает единица первого разряда?
- Во сколько раз единица второго разряда больше, чем единица первого? Сколько единиц нулевого разряда обозначает единица второго разряда?
- Во сколько раз единица третьего разряда больше, чем единица второго? Сколько единиц нулевого разряда обозначает единица третьего разряда?
- Составьте арифметическое выражение, которое поможет представить единицы каждого из разрядов как единицы нулевого разряда. Как записать число  $1011_2$  в десятичной системе счисления?

**Задание 2.11.**

Запишите число  $2102_3$  в десятичной системе счисления.

*Вопросы и задания для обсуждения:*

- Как записать число  $2102_3$  в десятичной системе счисления?
- Сколько единиц нулевого разряда обозначает единица первого разряда в троичной системе счисления? Второго? Третьего? Подпишите над каждой цифрой ее «вес».
- Составьте арифметическое выражение для перевода всех единиц каждого из разрядов в нулевой разряд. Запишите значение числа в десятичной системе счисления.

**Задание 2.12.**

Переведите число  $10110011_2$  в десятичную систему счисления. Подпишите над каждой цифрой ее «вес». Запишите арифметическое выражение для перевода всех единиц каждого из разрядов в нулевой разряд.

В полученном выражении выполните арифметические операции в десятичной системе счисления. Запишите значение числа в десятичной системе счисления.

**Задание 2.13.**

Переведите число  $7057_8$  в десятичную систему счисления.

**Задание 2.14.**

Запишите алгоритм перевода числа из системы счисления с основанием  $q$  в десятичную систему счисления.

**Задание 2.15.**

Переведите числа в десятичную систему счисления:

- $101100_2$ ;
- $A0C_{16}$ ;
- $123_8$ ;
- $25_7$ ;
- $2012_3$ ;
- $11100_2$ ;
- $A0B1_{16}$ .

**Задание 2.16.**

Запишите, сколько единиц нулевого разряда обозначает единица каждого из следующих разрядов в различных позиционных системах счисления (см. табл.).

Таблица

Система счисления	«Вес» $k$ -го разряда	...	«Вес» 3-го разряда	«Вес» 2-го разряда	«Вес» 1-го разряда	«Вес» 0-го разряда
Двоичная						
Троичная						
Пятеричная						
Восьмеричная						
Десятичная						
Двенадцатеричная						
Шестнадцатеричная						

**Задание 2.17.**

Назовите наибольшее и наименьшее число, которое:

- в троичной системе счисления имеет 4 разряда;
- в восьмеричной системе счисления имеет 3 разряда;
- в двенадцатеричной системе счисления двузначно.

**Задание 2.18.**

Сколько разрядов имеет:

- число 9 в троичной системе счисления;
- число 18 в троичной системе счисления;
- число 28 в троичной системе счисления;
- число 65 в двоичной системе счисления;
- число  $X$  в троичной системе счисления, если оно удовлетворяет неравенству  $3 \leq X < 9$ ;
- число  $X$  в пятеричной системе счисления, если оно удовлетворяет неравенству  $25 \leq X < 125$ ?

**Задание 2.19.**

Найдите основание системы счисления, в которой:  
 а) десятичное число 49 записывается как 100;  
 б) десятичное число 29 записывается как 1002.

**Задание 2.20.**

Сколько нулей и единиц:  
 а) в двоичной записи числа 64;  
 б) в троичной записи числа 27?

**Этап 3. Традиционное оформление алгоритмов перевода натуральных чисел в систему счисления с основанием  $q$  и обратно**

**Цель третьего этапа** — знакомство с традиционным визуальным оформлением алгоритма перевода десятичного числа в систему счисления с основанием  $q$ , а также введение понятия развернутой формы записи числа.

Порядок изложения материала на этом этапе может быть следующий:

- 1) Знакомство с принятым в старшей школе оформлением алгоритма перевода десятичных чисел в систему счисления с основанием  $q$ . Автоматизация навыка перевода (задания 3.1–3.3).
- 2) Введение понятия развернутой формы записи (используется определение, данное в [3]). Формулировка алгоритма перевода в десятичную систему счисления чисел, записанных в других системах счисления (задания 3.4–3.8).
- 3) Автоматизация навыков перевода в процессе решения задач на использование изученных алгоритмов как отдельной операции более крупного действия (задания 3.9–3.13).

**Задание 3.1.**

Запишите число 243 в шестеричной системе счисления.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Какое действие необходимо выполнять при переводе числа в шестеричную систему счисления? Что принимают в качестве делимого?
- 2) До каких пор выполняют деление на шесть получаемых целых частных?
- 3) Что является цифрами числа в шестеричной системе счисления? В каком порядке записывают полученные остатки при составлении записи числа? Как будет выглядеть запись числа 243 в шестеричной системе счисления?

Обратите внимание, что существует более короткий вариант оформления процесса деления числа и получаемых целых частных на основание системы счисления (рис. 16).

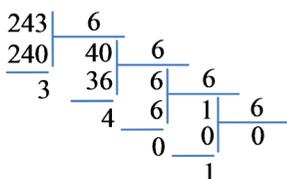


Рис. 16. Иллюстрация традиционного оформления алгоритма перевода из десятичной системы счисления

**Задание 3.2.**

Переведите число 175 в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления.

**Задание 3.3.**

Заполните пропуски в описании алгоритма:

Для того чтобы перевести число 685 из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную, нужно:

- последовательно выполнять \_\_\_ числа и получаемых целых частных на \_\_\_ до тех пор, пока не получим частное, равное \_\_\_;
- полученные остатки, являющиеся цифрами числа в \_\_\_ системе счисления, привести в соответствие с \_\_\_ новой системы счисления {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \_\_\_};
- составить число в шестнадцатеричной системе счисления, записывая его с \_\_\_ полученного остатка.

**Задание 3.4.**

Переведите число  $157_8$  в десятичную систему счисления.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Каким будет «вес» цифры каждого из разрядов числа? Подпишите над каждой цифрой ее «вес».
- 2) Составьте арифметическое выражение для перевода всех единиц каждого из разрядов в нулевой разряд. В полученном выражении запишите «вес» каждого разряда в виде степени восьмерки. Выражение  $1 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0$  называют **развернутой формой записи** числа  $157_8$ .

**Задание 3.5.**

Переведите число  $10110_2$  в десятичную систему счисления.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Каким будет «вес» цифры каждого из разрядов числа?
- 2) Составьте арифметическое выражение для перевода всех единиц каждого из разрядов в нулевой разряд. В полученном выражении запишите «вес» каждого разряда в виде степени двойки. Выражение  $1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$  называют **развернутой формой записи** числа  $10110_2$ .

**Задание 3.6.**

Заполните пропуски в определении понятия «Развернутая форма записи числа»

Развернутой формой записи числа  $A$  в  $q$ -ичной системе счисления называется запись:

$$A_q = a_{n-1} \cdot q^{n-1} + a_{n-2} \cdot q^{n-2} + \dots + a_0 \cdot q^0.$$

Здесь:

- $A$  — число;
- $q$  — \_\_\_ системы счисления;
- $a_i$  — \_\_\_, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;
- $n$  — \_\_\_ разрядов числа;
- $q^i$  — «вес»  $i$ -го \_\_\_.

**Задание 3.7.**

Заполните пропуски в описании алгоритма:

Для того чтобы перевести число  $20C_{\square}$  из \_\_\_ системы счисления в десятичную, нужно:

- пронумеровать цифры числа, начиная с \_\_\_\_, справа налево;
- составить выражения вида:  $2 \cdot 16^2 + 0 \cdot 16^1 + \square \cdot 16^0$ , где множители перед степенью шестнадцати — значение цифры числа в \_\_\_ системе счисления, показатель степени совпадает с номером цифры в числе;
- в полученном выражении выполнить арифметические операции в десятичной системе счисления \_\_\_\_.

### Задание 3.8.

Переведите числа в десятичную систему счисления:

- $10011_2$ ;
- $2703_8$ ;
- $1AE_{16}$ ;
- $25_7$ ;
- $2012_3$ ;
- $11100_2$ ;
- $A0B1_{16}$ .

### Задание 3.9.

Вычислите значение выражения. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

- $1000_3 - 222_3$ ;
- $10000_3 - 100_9 + 21_4$ ;
- $1001_2 - 20_4$ ;
- $21_8 - 10001_2 + 12_{16}$ ;
- $5_7 + 23_5 - 31_4$ ;
- $101_2 \cdot 10_3 - 30_5$ ;
- $1111_2 + 10_4 - F_{16} - 100_2 + 125$ .

### Задание 3.10.

Найдите значение  $x$ . Ответ запишите в десятичной системе счисления.

- $15_8 + x = 15$ ;
- $15_x + 2 = 14$ ;
- $103_x + 4 = 23$ .

### Задание 3.11.

Даны три числа, среди них два числа равны, найдите эти числа.

- $1111_2, F_{16}, 25_8$ ;
- $100_8, 64_{10}, 64_8$ .

### Задание 3.12.

Среди приведенных ниже чисел, записанных в различных системах счисления, найдите максимальное. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

- $100_{16}, 100_8, 100_2$ ;
- $10_{16}, 100_8, 10000_2$ ;
- $25_{16}, 46_8, 10011_2$ .

### Задание 3.13.

Среди приведенных ниже чисел, записанных в различных системах счисления, найдите то из них, которое не кратно 4. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

- $100_{16}, 100_8, 101_2$ ;
- $1230_{16}, 123_8, 100100_2$ .

## Выводы

Необходимо отметить, что на пропедевтическом этапе изучения информатики целесообразно ограничиться первыми двумя из описанных этапов. Задания третьего этапа не стоит предлагать учащимся раньше седьмого класса.

Наш опыт показывает, что использование разрядной сетки как инструмента опосредования действий с числами в различных системах счисления приводит к тому, что при работе на первом этапе большинство учащихся самостоятельно переходят к выполнению операции деления и «склеивания» последовательности делений в единый визуальный образ. Некоторые учащиеся самостоятельно придумывают алгоритм перевода числа в десятичную систему счисления, подобный описанному в [1]. Сильно мотивированным школьникам седьмых классов в рамках внеурочной деятельности по информатике нами было предложено самостоятельно придумать способы решения задач докомпьютерной версии единого государственного экзамена по информатике [5, 10]. В беседе о способах решения указанных задач и возникающих при этом мысленных образах было отмечено обращение учащихся к образу схемы разрядов в форме разрядной сетки.

Можно сделать вывод, что разрядная сетка как орудие действия позволяет учащимся удерживать обобщенный способ действия перевода натуральных чисел в систему счисления с основанием  $q$  и обратно, группирует понятия «позиционность», «разряд», «вес цифры числа» в более крупную структуру, которая служит основой для изучения темы в дальнейшем.

## Список источников

- Босова Л. Л. Информатика и ИКТ. Учебник для 6 класса. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. 208 с. EDN: QMQZJV.
- Босова Л. Л. О новых подходах к изучению школьной информатики в условиях цифровой трансформации общества // Информатика в школе. 2022. № 4. С. 5–14. EDN: DKRLZV. DOI: 10.32517/2221-1993-2022-21-4-5-14
- Босова Л. Л., Босова А. Ю. Информатика. 8 класс. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2021. 176 с. EDN: EVEMHI.
- Босова Л. Л., Босова А. Ю. Информатика: рабочая тетрадь для 8 класса: в 2 ч. Ч. 1. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2016. 88 с.
- ЕГЭ по информатике: подготовка к ЕГЭ-2023 по информатике, разбор задач ЕГЭ-2023 по информатике, материалы для подготовки к ЕГЭ // Преподавание, наука и жизнь: сайт Константина Полякова. <https://kpolyakov.spb.ru/school/ege.htm>
- Заводчикова Н. И., Быкова И. А., Мешвельцани К. З., Семенова О. Г. Формирование понятийного аппарата темы «Системы счисления» // Математика и информатика, астрономия и физика и совершенствование их преподавания. Материалы Международной конференции «Чтения Ушинского». Ярославль, 2020. С. 223–228. EDN: ENEELL.
- Заводчикова Н. И., Быкова И. А., Шаулина Д. С. Методика разработки укрупненных упражнений при преподавании темы «Системы счисления» // Математика и информатика, астрономия и физика и совершенствование их преподавания. Материалы Международной конференции «Чтения Ушинского». Ярославль, 2020. С. 215–218. EDN: UYTJSO.
- Салмина Н. Г. Знак и символ в обучении. М.: Издательство Московского университета, 1988. 288 с.
- Салмина Н. Г., Колмогорова Л. С. Усвоение начальных математических понятий при разных видах материализации объектов и орудий действия // Вопросы психологии. 1980. № 1. С. 47–57.
- Сдам ГИА: Решу ЕГЭ. <https://inf-ege.sdangia.ru>