

DOI: 10.32517/2221-1993-2022-21-5-84-87

Н. Д. Лопушанская  
Лицей № 5, г. Воронеж, Россия

## ИНТЕГРИРОВАННЫЙ КУРС «МЕТОДЫ ПРИБЛИЖЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ» В КЛАССАХ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ИНЖЕНЕРНОГО ПРОФИЛЕЙ

### Аннотация

Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования определяет результаты освоения учебных программ школьных дисциплин на углубленном уровне с ориентацией на подготовку к последующему профессиональному образованию. В статье рассматриваются возможности учебного курса «Методы приближенных вычислений» для достижения планируемых результатов освоения образовательной программы в классах с углубленным изучением математики, физики, информатики. Представлено содержание курса, дан один из вариантов тематического планирования (X—XI классы). В качестве примера рассматривается физическая задача и ее решение в соответствии с этапами алгоритмического решения задач: от постановки задачи до анализа полученного ответа. Предлагаются два варианта реализации созданной математической модели: с помощью написания кода на языке программирования Python и средствами редактора электронных таблиц.

**Ключевые слова:** учебный курс, методы приближенных вычислений, планируемые результаты обучения.

### 1. Актуальность введения интегрированного курса «Методы приближенных вычислений» в свете ФГОС среднего общего образования

В Федеральном государственном образовательном стандарте среднего общего образования при определении предметных результатов освоения основной образовательной программы для учебных предметов на углубленном уровне указано, что они ориентированы преимущественно на подготовку к последующему профессиональному образованию [8, 11]. Поэтому образовательные организации стараются включать в учебные планы X—XI классов интегрированные учебные курсы, ориентированные на формирование целостных представлений о мире и общей культуры обучающихся путем освоения систематических научных знаний и способов действий на метапредметной основе. Для классов с углубленным уровнем изучения таких предметов, как математика, фи-

зика, информатика подобным интегрированным курсом может стать курс «Методы приближенных вычислений».

Опыт показывает, что учащегося чаще всего ставит в тупик ситуация, когда в процессе решения задачи созданная им математическая модель не соотносится со сформированным у него в процессе изучения математики, физики набором стандартных моделей. Например, уравнение имеет вид, который не известен ученику, и поэтому он не может решить это уравнение; функциональная зависимость величин, значения которых получены экспериментально, ощущается, но не представима аналитически, и т. д. В этом случае учащемуся не хватает средств для реализации созданной модели, в его вычислительном аппарате нет соответствующих инструментов. Проблема отсутствия необходимых навыков разрешения математических моделей стала более существенной при переходе на ФГОС, которые предполагают обязательное ведение учащимися проектной, научно-исследовательской работы.

### Контактная информация

Лопушанская Наталья Дмитриевна, учитель информатики, лицей № 5, г. Воронеж, Россия; адрес: 394062, Россия, г. Воронеж, ул. Молодогвардейцев, д. 18; e-mail: lopushanskaya@yandex.ru

N. D. Lopushanskaya  
Lyceum 5, Voronezh, Russia

### INTEGRATED COURSE "METHODS OF APPROXIMATE CALCULATIONS" IN CLASSES OF PHYSICS AND MATHEMATICS PROFILE AND ENGINEERING PROFILE

#### Abstract

The Federal State Educational Standard of Secondary General Education determines the results of mastering the curricula of school disciplines at an advanced level with a focus on preparation for subsequent professional education. The article discusses the possibilities of the training course "Methods of approximate calculations" to achieve the planned results of mastering the educational program in classes with in-depth study of mathematics, physics, informatics. The content of the course is presented, one of the options for thematic planning (10–11th grades) is given. As an example, a physical problem and its solution are considered in accordance with the stages of algorithmic problem solving: from the formulation of the problem to the analysis of the received answer. Two options for implementing the created mathematical model are proposed: by writing code in the Python programming language and by tools of a spreadsheet editor.

**Keywords:** training course, methods of approximate calculations, planned learning outcomes.

## 2. Характеристика курса «Методы приближенных вычислений»

Учебный курс «Методы приближенных вычислений» может способствовать дополнению вычислительного аппарата обучающегося новыми методами вычислений и формированию компетенции использования возможностей компьютера для их реализации.

Численный метод решения задачи — это определенная последовательность действий, выполняемых над числами, которая может быть представлена в формализованном виде, например, в виде алгоритма. Так как в результате выполнения операций получается число, то такие алгоритмы называются числовыми. Для реализации алгоритмов с помощью компьютера можно написать соответствующий программный код или использовать программы обработки информации — электронные таблицы, также возможно их комбинированное использование. Необходимость использования методов приближенных вычислений возникает, когда сложно или невозможно найти точное решение задачи и оно может быть получено приближенно, с определенной погрешностью [1—7, 10].

### Цели изучения курса «Методы приближенных вычислений»:

- изучение учащимися методов приближенных вычислений для решения математических задач, рассматриваемых в рамках учебных предметов предметной области «Математика и информатика»;
- формирование у обучающихся базы практических навыков по реализации методов приближенных вычислений в электронных таблицах и написанием программ на языке программирования;
- создание условий для развития компетентности старшеклассников в области использования компьютерных технологий и для получения ими представлений о возможностях и ограничениях компьютерной реализации методов приближенных вычислений;
- формирование у обучающихся основ логического математического и алгоритмического мышления;
- достижение метапредметных результатов, определенных основной образовательной программой среднего общего образования, а именно освоение межпредметных понятий и универсальных учебных действий.

Курс «Методы приближенных вычислений» **предназначен для обучающихся** классов инженерного профиля (физико-математическое направление).

**Курс изучается в объеме** 1 час в неделю в X и XI классах, всего на изучение данного курса отведено 69 часов.

Учебный курс ведется в условиях кабинета информатики с использованием следующего **программного обеспечения**:

- стандартные приложения операционной системы;
- программа обработки табличной информации;
- среды разработки программ.

### Планируемые результаты освоения курса «Методы приближенных вычислений».

Учащийся научится:

- оценивать погрешность вычислений, определяя ее абсолютное и относительное значение;

- представлять аналитическую функцию в виде степенного ряда и вычислять ее значение с заданной точностью;
- определять интервалы локализации корней нелинейных уравнений графическим и аналитическим методами;
- выполнять необходимые преобразования уравнения для использования приближенных методов поиска его корней и проверки условий сходимости итерационного процесса;
- уточнять корни уравнения с заданной точностью методами: половинного деления, хорд, касательных и простой итерации;
- составлять таблицу конечных разностей, вычислять приближенные значения функции при заданных значениях аргумента методом линейной интерполяции по заданной таблице значений функции в равноотстоящих узлах;
- вычислять определенный интеграл для заданной функции и производить оценку погрешности методов численного интегрирования;
- формировать числовые матрицы и производить линейные и нелинейные действия с ними;
- реализовывать вычислительные алгоритмы на компьютере, проводить численные эксперименты в среде инструментальных средств программирования;
- классифицировать, оценивать погрешности вычислений;
- выбирать адекватный метод разрешения математической модели;
- определять сходимость итерационных процессов;
- давать оценку погрешностей приближенных вычислений;
- определять значения абсолютной и относительной погрешностей;
- использовать методы нахождения значений элементарных функций;
- находить корни алгебраических, трансцендентных уравнений;
- составлять алгоритмы построения интерполяционных формул.

Распределение тем курса по годам изучения должно быть согласовано с программой по математике. В таблицах 1, 2 представлено тематическое планирование курса.

Таблица 1

### Тематическое планирование курса «Методы приближенных вычислений», X класс

№ раздела	Тема раздела	Количество часов
1	Элементарная теория погрешностей	4
2	Вычисление значений элементарных функций	8
3	Методы решения нелинейных уравнений	14
4	Компьютерный практикум	9
	Итого:	35

Таблица 2

**Тематическое планирование курса  
«Методы приближенных вычислений», XI класс**

№ раздела	Тема раздела	Количество часов
1	Алгебра матриц	10
2	Методы интерполяции и экстраполяции функций	8
3	Численное интегрирование	10
4	Компьютерный практикум	6
	Итого:	34

Курс «Методы приближенных вычислений» может быть модифицирован в соответствии с условиями образовательной организации. Он может изучаться как в рамках основного учебного процесса, так и в рамках внеурочной деятельности учащихся.

### 3. Содержание курса «Методы приближенных вычислений»

#### **X класс (35 ч).**

##### *Элементарная теория погрешностей.*

Основные понятия теории погрешностей. Источники и классификация погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности чисел. Десятичная запись приближенного числа и правила округления. Понятие значащей цифры приближенного числа. Связь между количеством верных знаков и погрешностью приближенного числа.

##### *Вычисление значений элементарных функций.*

Вычисление значений алгебраических полиномов. Схема Горнера и ее использование для нахождения границ действительных корней полиномов. Вычисление значений аналитических функций с помощью степенных рядов. Разложение элементарных функций в ряды. Число  $\pi$  и алгоритмы его вычисления. Метод последовательных приближений и его использование для вычисления значений функций. Алгоритм вычисления квадратного корня и его геометрический смысл. Приближенное вычисление корня  $n$ -й степени. Нахождение частного двух чисел и обратной величины. Оценка погрешности вычислений.

##### *Методы решения нелинейных уравнений.*

Общая характеристика методов решения алгебраических и трансцендентных уравнений. Графический и аналитический способы отделения корней нелинейного уравнения. Метод половинного деления. Метод хорд и оценка его абсолютной погрешности. Метод касательных (метод Ньютона). Оценка абсолютной погрешности метода касательных. Метод простой итерации. Условия сходимости итерационного процесса. Геометрическая интерпретация метода итераций и оценка его погрешности. Преобразование нелинейного уравнения к итерационному виду. Использование метода итераций для решения систем нелинейных уравнений и условия его сходимости.

##### *Компьютерный практикум.*

#### **XI класс (34 ч).**

##### *Алгебра матриц.*

Понятие матрицы и основные операции над матрицами. Транспонированная матрица и ее свойства.

##### *Методы интерполяции и экстраполяции функций.*

Основные понятия теории приближения функций. Общий метод интерполяции при помощи многочленов. Существование и единственность интерполяционного многочлена. Линейная и квадратичная интерполяция. Оценка погрешности интерполяционных формул для равноотстоящих и неравноотстоящих узлов.

##### *Численное интегрирование.*

Общая характеристика методов численного интегрирования функций. Понятие квадратурной формулы. Формула трапеций и ее остаточный член. Формула Симпсона и оценка ее погрешности. Общая формула трапеций и ее геометрический смысл. Общая формула Симпсона, ее геометрическая интерпретация и оценка погрешности.

##### *Компьютерный практикум.*

### 4. Пример решения задачи из курса «Методы приближенных вычислений»

Основной формой проведения занятий по курсу «Методы приближенных вычислений» является практическая работа. Немаловажным является отбор задач для реализации изучаемых методов — они должны представлять практический интерес для учащихся. Поэтому очередным развитием данного курса является создание банка соответствующих задач из различных предметных областей.

Рассмотрим пример подобной задачи.

#### **Задача «Шар на воде» [9].**

На воду опущен шар радиуса  $r$ , изготовленный из вещества плотностью  $\rho$  ( $\rho < 1$ ). Найти расстояние от центра шара до поверхности воды.

##### *Решение.*

Так как плотность тела меньше плотности воды, то выполняется условие плавания тела: сила тяжести, действующая на тело, равна выталкивающей силе:

$$mg = F_A. \quad (1)$$

Здесь:

$m$  — масса тела;

$g$  — ускорение свободного падения;

$F_A$  — сила Архимеда.

Обозначим  $h$  — расстояние от поверхности воды до нижней точки погружения шара.

Обозначим плотность вещества, из которого сделан шар,  $\rho_t$ , плотность воды —  $\rho_v$ . Тогда можно записать:

$$m = \rho_t V = \rho_t \cdot \frac{4}{3} \pi r^3; \quad (2)$$

$$F_A = \rho_v \cdot \frac{1}{3} \pi h^2 (3r - h)g. \quad (3)$$

Подставим выражение вычисления массы тела и силы Архимеда в выражение (1), преобразуем и получим уравнение вида  $F(h) = 0$ :

$$\rho_v h^3 - 3r\rho_v h^2 + 4\rho_t r^3 = 0. \quad (4)$$

Решив это уравнение, мы определим значение  $h$ . Искомую величину находим как разность между  $h$  и  $r$ .

Уточним значения входных данных. Будем считать, что шар имеет радиус 10 см и сделан из дерева плотностью 0,6 г/см<sup>3</sup>, плотность воды 1 г/см<sup>3</sup>. Тогда уравнение (4) примет вид:

$$h^3 - 30h^2 + 2400 = 0. \quad (5)$$

Для определения корня данного уравнения **можно использовать возможности электронных таблиц** (например, Microsoft Excel):

- построить таблицу значений функции  $F(h)$  (табл. 3);
- провести анализ ее поведения (см. рис.);
- используя инструмент *Поиск решения*, определиться с искомым значением.

Таблица 3

Таблица значений функции  $F(h)$

$h$	$F(h)$
8,5	846,625
9,5	549,875
10,5	250,125
11,5	-46,625
12,5	-334,375
13,5	-607,125
14,5	-858,875

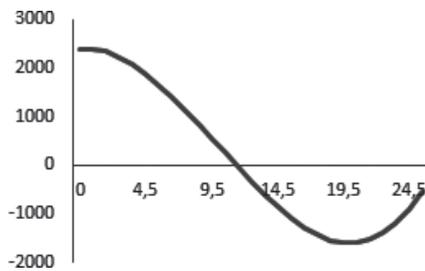


Рис. График функции  $F(h)$

Так же можно получить последовательные значения  $h$ , при которых значения функции  $F(h)$  имеют разные знаки, что означает, что найдены значения  $h$ , между которыми находится корень уравнения (5), и таким образом провести отделение корней. В нашем случае этими значениями оказываются 10,5 и 11,5.

Уточнить значения корня можно, написав соответствующий **код программы на языке программирования Python**.

Найдем значение искомой величины с точностью 0,00001 методом деления отрезка пополам:

```
def F(x):
    return x**3 - 30*x**2 + 2400
a = 10.5
b = 11.5
E = 0.00001
while abs(a - b) > E:
    c = (a + b) / 2
    if F(a) * F(c) < 0:
        b = c
    else:
        a = c
h = (a + b) / 2
print (h)
```

Программа выводит значение 11,34138.

Находим ответ на вопрос задачи:

$$11,34138 - 10 = 1,34138 \text{ (см).}$$

При выполнении подобных заданий можно поставить перед учащимися аналитические задачи, связанные с числовыми экспериментами:

- сравнить точность результатов, полученных средствами электронных таблиц и путем создания кода программы;
- определить, есть ли еще корни уравнения (5) и подходят ли они для получения ответа на вопрос задачи;
- определить, как будет меняться ответ, если мы будем менять материал, из которого сделан шар, или жидкость, в которую он погружается.

## 5. Заключение

Изучение курса «Методы приближенных вычислений», освоение приемов и методов решения вычислительных задач способствуют достижению результатов освоения образовательной программы, указанных в ФГОС среднего общего образования:

- обеспечение сформированности основ логического, алгоритмического и математического мышления;
- сформированность умений применять полученные знания при решении различных задач;
- умение описать и проанализировать полученные данные, определить достоверность результата.

### Список источников

1. *Абрамов С. А., Зима Е. В.* Начала информатики. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 256 с.
2. *Амосов А. А., Дубинский Ю. А.* Вычислительные методы для инженеров. М: Высшая школа, 1994. 544 с/
3. *Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М.* Численные методы: учебник. 9-е изд. М.: Лаборатория знаний, 2020. 636 с.
4. *Гутер Р. С., Резниковский П. Т.* Программирование и вычислительная математика. М.: Наука, 1971. Вып. 2: Вычислительная математика. Программная реализация вычислительных методов. 264 с.
5. *Демидович Б. П., Марон И. А.* Основы вычислительной математики. СПб.: Лань, 2009. 672 с.
6. *Калиткин Н. П.* Численные методы. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 592 с.
7. *Лапчик М. П., Рагулина М. И., Хеннер Е. К.* Численные методы: учебное пособие для студентов вузов. М.: Академия, 2005. 384 с.
8. Примерная основная образовательная программа среднего общего образования (Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию, протокол от 28 июня 2016 г. № 2/16-з). <https://fgosreestr.ru/poop/primernaya-osnovnaya-obrazovatel'naya-programma-srednego-obshhego-obrazovaniya>
9. Рабочая программа дисциплины (модуля) Б1.В.ОД.16 «Численные методы». <https://www.arcticsu.ru/wp-content/uploads/2017/05/B1.V.OD.16-CHislennye-metody.pdf>
10. *Самарский А. А., Гулин А. В.* Численные методы. М.: Наука, 1989. 432 с.
11. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования. [https://fgosreestr.ru/educational\\_standard/federalnyi-gosudarstvennyi-obrazovatelnyi-standart-srednego-obshchego-obrazovaniia-1](https://fgosreestr.ru/educational_standard/federalnyi-gosudarstvennyi-obrazovatelnyi-standart-srednego-obshchego-obrazovaniia-1)