

Н. К. Князева

Средняя школа № 137, г. Красноярск, Россия

М. В. Носков

Сибирский федеральный университет, г. Красноярск, Россия

ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И ИХ АНИМАЦИОННОЙ ИЛЛЮСТРАЦИИ

Аннотация

В статье предлагается методика формирования у учащихся начальной школы функциональной математической грамотности как составляющей функциональной грамотности. Данная методика опирается на математические модели и их анимационную иллюстрацию. На основе международных исследований показано, что математическое моделирование является важнейшим универсальным действием ученика в начальной школе. Приведены примеры трансформации стандартных задач на движение в задачи, более приближенные к реальности, при решении которых полезно использовать анимационное моделирование, которое предполагает создание детской мультипликации в образовательных целях. Мультипликационные ролики иллюстрируют решение нестандартных математических задач, задач с неструктурированной, избыточной или недостаточной информацией. Деятельность по созданию анимационных моделей позволяет учащимся повысить уровень математической грамотности, что подтверждается данными педагогического эксперимента.

Ключевые слова: моделирование, функциональная математическая грамотность, анимация, мультипликация.

DOI: 10.32517/2221-1993-2021-20-8-53-62

1. Введение. Функциональная математическая грамотность и исследования ее уровня у школьников

Развитие ключевых компетентностей школьников, называемых «навыками XXI века» [16], необходимо для успешной жизнедеятельности современного человека. Эти компетентности включают так называемую *функциональную грамотность*, т. е. способность использовать базовые знания в повседневной жизни при решении жизненных задач, способность к критическому

мышлению, сотрудничеству, креативности, коммуникации, а также некоторые личностные качества, позволяющие ориентироваться в изменяющихся условиях (любопытность, упорство, инициативность и др.). *Функциональная математическая грамотность* является одной из ключевых компетентностей. «Не для школы — для жизни учимся», — говорил древнеримский философ Сенека. Математика необходима в повседневной жизни для многих видов деятельности, многие области профессиональной деятельности требуют серьезной математической базы.

Контактная информация

Князева Надежда Константиновна, учитель начальных классов, средняя школа № 137, г. Красноярск, Россия; *адрес:* 660012, Россия, г. Красноярск, ул. Судостроительная, д. 50; *e-mail:* nadusha8@yandex.ru

Носков Михаил Валерианович, доктор физ.-мат. наук, профессор, профессор кафедры прикладной математики и компьютерной безопасности, руководитель научно-учебной лаборатории методики электронного обучения, Институт космических и информационных технологий, Сибирский федеральный университет, г. Красноярск, Россия; *адрес:* 660074, Россия, г. Красноярск, ул. Академика Киренского, д. 26Б; *e-mail:* mvnoskov@yandex.ru

N. K. Knyazeva

School 137, Krasnoyarsk, Russia

M. V. Noskov

Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL LITERACY IN PRIMARY SCHOOL USING MATHEMATICAL MODELS AND THEIR ANIMATED ILLUSTRATIONS

Abstract

The article proposes a methodology for the formation of functional mathematical literacy of primary school students as a component of functional literacy. This methodology is based on mathematical models and their animation illustrations. Based on international research, it is shown that mathematical modeling is the most important universal action of a student in primary school. Examples of transformation of standard tasks for movement into tasks that are more close to reality are given, in solving which it is useful to use animation modeling, which involves the creation of children's animation for educational purposes. Animated videos illustrate the solution of non-standard mathematical problems, problems with unstructured, redundant or insufficient information. The activity of creating animation models allows students to increase the level of mathematical literacy, which is confirmed by the data of the pedagogical experiment.

Keywords: modeling, functional mathematical literacy, animation.

Таблица 1

Места России в исследовании PISA [1]

	2000	2003	2006	2009	2012	2015	2018
Математика	21–25 из 32	29–31 из 40	32–36 из 57	38–39 из 65	31–39 из 65	22–24 из 70	27–32 из 70
Естествознание	26–29 из 32	20–30 из 40	33–38 из 57	38–40 из 65	34–38 из 65	30–34 из 70	30–37 из 70
Чтение	27–29 из 32	32–34 из 40	37–40 из 57	41–43 из 65	38–42 из 65	19–30 из 70	26–36 из 70

По результатам исследования **PIRLS** (Progress in International Reading Literacy Study — Международное исследование качества чтения и понимания текста) 2016 года [18] Россия впервые вошла в десятку мировых лидеров.

В то же время результаты исследования **PISA** (Programme for International Student Assessment — Международная программа по оценке образовательных достижений учащихся, является проектом Организации экономического сотрудничества и развития) 2018 года — международного исследования математической, читательской и естественно-научной грамотности 15-летних учащихся показывают снижение результатов российских учащихся по сравнению с исследованием 2015 года — рейтинг России ниже среднего уровня по всем тестам [1] (табл. 1).

Концепция математической грамотности, предложенная PISA-2021, определяет математическую грамотность как способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических

контекстах [4]. Математическая грамотность включает в себя понятия, процедуры и факты, инструменты для описания, объяснения и предсказания явлений. Она помогает детям и взрослым понять роль математики в мире, строить обоснованные суждения и принимать ответственные решения. Грамотный человек использует математику для решения практических задач в различных контекстах. Задания PISA проверяют не теоретические знания по математике, а владение компетенциями в контексте предмета математики, при этом оцениваются здравый смысл и логика при решении нестандартных задач.

Исследования PISA проводятся раз в три года, и следующая оценка происходит осенью 2021 года. В концепцию математической грамотности PISA в исследовании 2021 года добавлены по сравнению с исследованием 2018 года восемь навыков XXI века (рис. 1) [4]:

- критическое мышление;
- креативность;
- исследование и изучение;
- саморегуляция, инициативность и настойчивость;
- использование информации;



Рис. 1. Концепция математической грамотности исследования PISA-2021 [4]

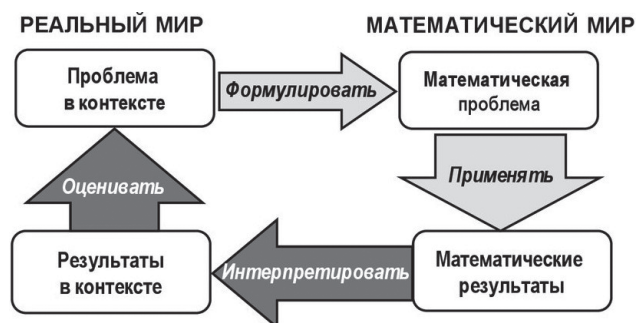


Рис. 2. Модель математической грамотности PISA [10, с. 4] (оригинал на английском языке — [19, с. 26])

- системное мышление;
- коммуникация;
- рефлексия.

Исследование TIMSS (Trends in Mathematics and Science Study — Международное исследование качества математического и естественно-научного образования) проводится раз в четыре года при поддержке IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement — Международная ассоциация по оценке учебных достижений) и проверяет качество математического и естественно-научного образования школьников по всему миру [7, 20]. TIMSS проверяет у учеников умение применять математику для решения жизненных проблем и уровень навыков рассуждения. Математическое мышление предполагает логическое, системное мышление. Оно включает в себя рассуждения, основанные на закономерностях и отношениях, которые могут быть использованы для решения жизненной проблемы. Ученик применяет знания и навыки в новой ситуации. TIMSS использует задачи, где нужно выделить проблему в жизненной ситуации и решить ее средствами математики, используя модель решения. Представляя ситуацию математически, создав модель проблемной ситуации (например, используя символы и графики), ученик решает ее инструментами математики, а затем интерпретирует результат в контексте ситуации. Исследование TIMSS изучает также умение использовать данные и представлять информацию в различных знаково-символических формах. Это умение особенно важно в современном мире, когда большой объем данных необходимо визуализировать и представлять в виде таблиц, схем, графиков, формул, диаграмм и других видов моделей для сбора, систематизации и упорядочения информации и сравнения данных.

2. Моделирование при решении заданий международных исследований математической грамотности

Учащийся, обладающий необходимым уровнем функциональной математической грамотности «для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений» [9], осуществляет следующие виды математической деятельности:

- математические рассуждения;
- математическую аргументацию;
- коммуникацию;
- моделирование;

- постановку и решение проблем;
- кодирование и декодирование данных;
- использование технических средств.

Одним из важнейших видов математической деятельности, обеспечивающей функциональную математическую грамотность, является умение формулировать ситуацию математически, т. е.:

- способность создавать математическую модель, отражающую особенности заданной ситуации, работать с моделью, выявлять закономерности математических данных;
- способность к преобразованию модели;
- интерпретация математических результатов в контексте жизненной ситуации.

Приведем пример задания на математическую грамотность из исследования TIMSS для восьми-классников:

Георгий и Кирилл купили одинаковые хоккейные клюшки в разных магазинах. Обычная цена таких хоккейных клюшек в этих магазинах была одинаковой. Георгий купил хоккейную клюшку, заплатив на 20 % меньше обычной цены. Кирилл заплатил $\frac{3}{4}$ обычной цены за свою клюшку. Кто из ребят меньше заплатил за свою клюшку? [6]

Ситуация реальной истории покупателей осложняется тем, что цена клюшки неизвестна. Поэтому при решении этой задачи поможет перевод процентов в дробь или, наоборот, дроби в проценты. Моделью здесь выступает формула перевода дроби в проценты. Чтобы перевести $\frac{3}{4}$ в проценты, надо разделить числитель на знаменатель и умножить на 100 %, т. е. $\frac{3}{4}$ — это 75 % от цены клюшки. Так как Георгий заплатил на 20 % меньше, его покупка обошлась ему в 80 % от цены клюшки. Сравнив 75 % и 80 %, можем сказать, что меньше заплатил Кирилл.

Пример задания TIMSS для четвероклассников:

В таблице указано время начала показа мультфильмов. Во сколько начнется четвертый показ? [5]

Показ мультфильмов	Время начала показа
Первый показ	14 ч
Второй показ	15 ч 30 мин
Третий показ	17 ч
Четвертый показ	?

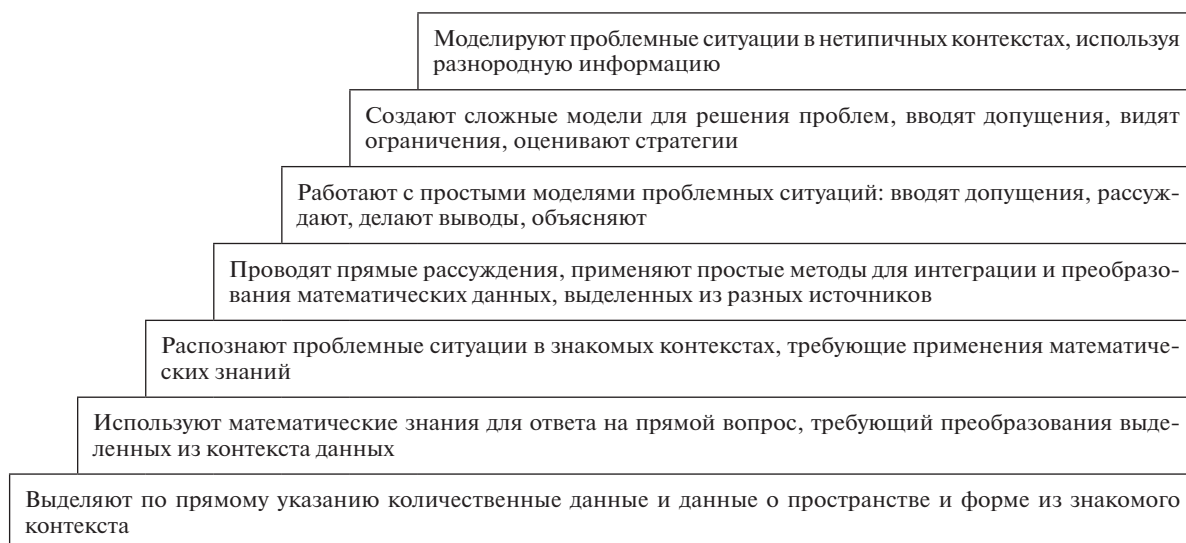


Рис. 3. Уровневая модель математической грамотности учащихся [10, с. 14]

Используя данные, представленные в виде таблицы, ученик находит закономерность во временных промежутках и с помощью модели ленты времени или циферблата часов отвечает на вопрос задачи (18 ч 30 мин).

Центр оценки качества образования Института стратегии развития образования предлагает уровневую модель математической грамотности учащихся [10], представленную на рисунке 3. Из нее следует, что *моделирование ситуации есть самый высокий уровень освоения учащимися математической грамотности*.

В начальной школе именно моделирование является важнейшим универсальным учебным действием ученика. Становление этого действия происходит сначала в форме знакового замещения, затем в виде обозначения понятий в знаково-символической форме. Школьники могут использовать различные виды моделей (графики, таблицы, формулы, схемы, рисунки, диаграммы и др.), важно при этом, чтобы модель выражала существенные отношения между объектами.

Почему так важна целенаправленная работа по формированию универсального учебного действия моделирования? Как считают специалисты Института стратегии развития образования РАО, в области математической грамотности у российских школьников есть следующие проблемы [13, с. 153]:

- неумение учащихся работать с нестандартной задачей, отличной от той, способ решения которой им известен;
- отсутствие опыта представления данных в различных формах (диаграммы, таблицы, чертежи и др.);
- трудности в решении задач с избыточными данными;
- неумение размышлять, анализировать, перебирать варианты;
- неспособность моделировать ситуацию и учитывать все условия, необходимые для ее решения.

Именно моделирование является мостиком между описанием жизненной проблемы и ее математическим решением. Какие эффективные способы моделирования существуют в начальной школе, обсудим ниже.

3. Способы моделирования на уроках математики в начальной школе

3.1. Необходимость создания моделей в процессе обучения младших школьников

Младшие школьники во время обучения сталкиваются с ситуацией, когда им приходится использовать знаково-символические средства для обозначения определенных отношений или свойств объекта. Например, уже в конце первого года обучения они используют математические знаки (+, −) как модели арифметических действий, схематическое обозначение части и целого — при решении задач на воспроизведение величины по ее известным частям (рис. 4), а также другие виды моделей.

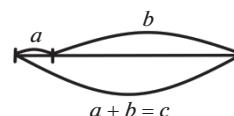


Рис. 4. Модель нахождения целого по его известным частям

Поэтому организация учебного детского действия моделирования (т. е. создание учебных моделей) должна быть обеспечена на уроках с первых дней обучения ребенка в школе.

А. Г. Асмолов называет моделирование «преобразованием объекта из чувственной формы в модель, где выделены существенные характеристики объекта (пространственно-графическая или знаково-символическая)» [3]. Создавая модель, ученик выделяет только существенные свойства объекта, отбрасывая все остальное, не имеющее значения для решения учебной задачи.

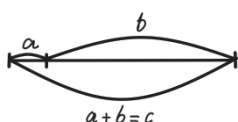
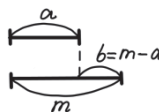
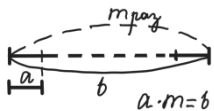
3.2. Составление моделей для решения текстовых задач из курса математики в начальной школе

Обратим особое внимание на составление моделей для решения текстовых задач из курса математики в начальной школе.

Текстовая задача в математике — это словесная модель ситуации, которую для решения необходимо перевести на язык математической модели. «Текстовая

Таблица 2

Примеры моделей для решения типовых задач из курса начальной школы

Тип задачи	Модель
Отношение частей и целого	 $a + b = c$
Разностное сравнение	 $b = m - a$
Кратное сравнение	 $a \cdot m = b$
Равномерные процессы: движение	$S = V \cdot t$
Равномерные процессы: купля-продажа	Стоимость = цена $\times$ количество товара
Равномерные процессы: работа	Объем работы = производительность $\times$ время

задача — описание некоторой ситуации на естественном языке с требованием дать количественную характеристику какого-либо компонента этой ситуации, установить наличие или отсутствие некоторого отношения между ее компонентами и определить вид этого отношения» [15].

Постепенно арсенал младшего школьника обогащается различными модельными средствами для решения текстовых задач: краткая запись, чертеж, схема, формула, таблица и т. д.

При решении задачи ученик проходит три важных этапа моделирования:

- 1) переводит условие задачи на математический язык;
- 2) действует с математической моделью;
- 3) интерпретирует результат в контексте задачи.

Так как задачи в курсе математики в начальной школе носят типовой характер, в конце концов учащиеся используют для их решения несколько известных способов, оформленных в виде моделей отношения целого и частей, разностного сравнения, кратного сравнения, равномерных процессов (движение, купля-продажа, работа, составление целого из частей) и др. (табл. 2).

Опираясь из урока в урок типовыми моделями, ученик должен определить, какая из известных моделей ему подходит, и, используя ее, решить задачу по алгоритму: текст условия — модель решения — текст ответа.

3.3. Формирование математической грамотности при решении задач на движение

Рассмотрим, как работать над формированием математической грамотности на примере задач на движение.

Задача 1.

Поезд едет со скоростью 60 км в час. Впереди мост протяженностью в 1 км. Сколько времени понадобится поезду, чтобы проехать мост?

Эта задача из курса начальной школы решается привычным способом с помощью модели — формулы

нахождения времени при равномерном движении. Все, что требуется ученику:

- узнать в тексте задачи равномерный процесс движения;
- использовать модель для решения задач на движение;
- произвести вычисления: $1 \text{ км} : 60 \text{ км/ч} = 1/60 \text{ ч}$, т. е. 1 мин;
- перевести математические данные в текст ответа: «Понадобится 1 минута, чтобы проехать мост».

Однако, чтобы организовать для учащегося возможность математического размышления для самостоятельного моделирования, мы должны поставить ученика в ситуацию, когда известная модель не дает требуемого результата и ему приходится ее преобразовывать или создавать новую модель.

Изменяем текст задачи так, чтобы она была более приближена к реальной жизни:

Задача 2.

Поезд, длина которого 1 км, едет со скоростью 60 км в час. Впереди мост протяженностью в 1 км. Сколько времени понадобится поезду, чтобы проехать мост?

Задача изменилась. Теперь старая модель не подходит и ученику приходится искать новые способы решения.

Учащийся сталкивается с ситуацией, когда объект движения обладает длиной. Обычно в курсе математики в начальной школе авторами учебников такие задачи не предлагаются. Длина объекта чаще всего пренебрежимо мала, т. е. не имеет значения для остальных данных задачи и не влияет на ее результат. Обычно длина движущегося объекта в начальной школе принимается за точку. Однако уже в сборниках заданий ГИА по программам основного общего образования мы встречаем задачи, когда длина движущегося объекта имеет значение в сравнении с другим объектом и учитывается при решении задачи. Примеры таких задач:

Задача 3.

Железнодорожный состав длиной в 1 км прошел мимо столба за 1 мин, а через туннель (от входа локомотива до выхода последнего вагона) при той же скорости — за 3 мин. Какова длина туннеля (в км)? [14, задание 21, № 311615]

Задача 4.

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 141 км/ч, проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 6 км/ч пешехода за 8 секунд. Найдите длину поезда в метрах. [14, задание 21, № 353554]

Итак, при решении задачи 2 про поезд, движущийся по мосту, ученики производят анализ текста задачи с целью найти существенные отношения. Существенным отношением кроме длины моста является длина поезда. При проезде поезда по мосту будем считать расстоянием, которое можно использовать в модели (формуле нахождения времени), сумму длины поезда и длины моста.

Отсюда: $1 \text{ км} + 1 \text{ км} = 2 \text{ км}$ — расстояние, которое должен проехать поезд, поэтому:

$$2 \text{ км} : 60 \text{ км/ч} = 2/60 \text{ ч} = 2 \text{ мин.}$$

Как видим, изменение условия повлияло на результат: «Понадобится 2 минуты, чтобы проехать мост».

Модель, используемая при решении задачи 2 про поезд, несколько видоизменилась:

$$S = V \cdot t, \text{ где } S = S_1 + S_2.$$

Вернемся к приведенным выше двум аналогичным задачам из сборника заданий ГИА (задачи 3 и 4).

В задаче 3 поезд, проходящий мимо столба за 1 минуту, имеет скорость, которую можно найти по формуле $v = S : t$, т. е. 1 км/мин. Соответственно, за 3 минуты поезд пройдет 3 км. Но, учитывая длину поезда в 1 км и представив выезжающий из туннеля поезд, понимаем, что из 3 км только часть есть длина туннеля: $3 \text{ км} - 1 \text{ км} = 2 \text{ км}$.

Ответ: длина туннеля 2 км.

Задача 4 требует нахождения длины поезда по формуле нахождения длины пути:

- 1) $141 - 6 = 135 \text{ км/ч}$ — скорость поезда относительно пешехода;
- 2) $1 \text{ ч} = 3600 \text{ с}$;
- 3) $135 \text{ км} = 135\,000 \text{ м}$;
- 4) $135\,000 : 3600 = 37,5 \text{ м/с}$ — скорость поезда относительно пешехода, выраженная в метрах в секунду;
- 5) $37,5 \times 8 = 300 \text{ м}$ — длина поезда.

Ответ: длина поезда 300 м.

Для моделирования данных ситуаций с объектом движения, обладающим длиной, школьникам помогут

некоторый житейский опыт, хорошее воображение и анимация ситуации.

В качестве одного из способов анализа условий нестандартной задачи и преобразования известной модели предлагается способ **анимационного моделирования** — ученики создают мультипликационный ролик, демонстрирующий решение задачи. Задача учителя — организовать условия по созданию детского мультипликационного продукта. Создавая мультфильм, ученики именно *учатся работать с моделью* (моделью поезда) при невозможности действий с реальным объектом ввиду его размера или других свойств.

При создании мультипликационного ролика необходимо учитывать различные аспекты организации деятельности учеников.

Рассмотрим две стороны этой деятельности: техническую и содержательную.

3.4. Техническое обеспечение организации учебного процесса при создании детской мультипликации

Техническая сторона организации учебного процесса требует ИКТ-компетентности от учителя. Для создания мультфильма понадобится устройство для съемки мультфильма и программное обеспечение, позволяющее производить быструю смену снятых кадров, создающую иллюзию движения и являющуюся основой создания мультипликации. Источником изображений могут стать рисунки, пластилиновые фигурки, передвигаемые объекты из различных материалов, компьютерная графика (фото 1). Каждое следующее изображение должно повторять предыдущее с небольшими изменениями. Для быстрого просмотра повторяющихся кадров существуют доступные приложения, устанавливаемые на компьютер, телефон или планшет, такие как Stop Motion Studio, Киностудия Live и др. Наиболее простое приложение для младшего школьника, позволяющее снимать и создавать мультфильм в телефоне или планшете, — Кукольная Мультипликация.

Для создания детской анимации в качестве математической модели важны не художественные способности ребенка, а его умение выделять важные, существенные признаки объекта или явления. Когда мы говорим о моделировании как об универсальном учебном действии, позволяющем ученику исследовать свойства реального объекта, то рассматриваем мультипликацию как возможность создавать учебные модели в анимационном виде. Для изображения объектов будущего мультфильма первостепенное требование имеет выделение существенных признаков объекта и схематическое изображение этих признаков. Ведь именно эти общие отношения и делают модель такой, чтобы она



а



б



в



г

Фото 1. Последовательные этапы процесса создания детской мультипликации:

а) подготовка декораций, б) изготовление персонажей, в) съемка на планшет на мультстанке, г) оформление титров для ролика

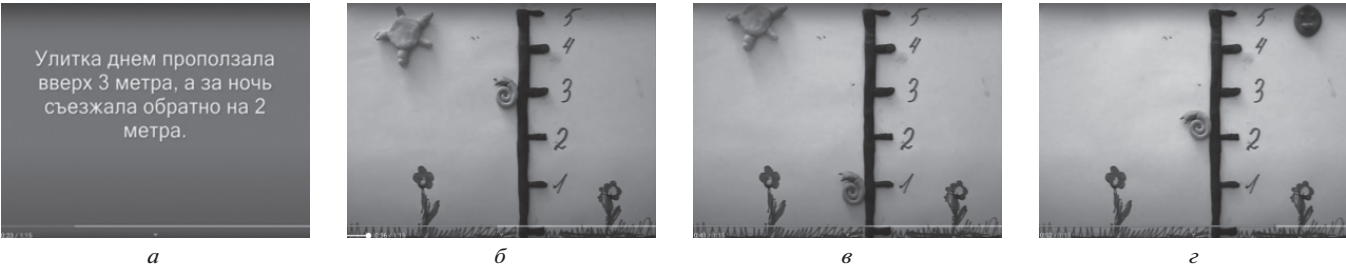


Фото 2. Этапы работы над нестандартной задачей средствами мультипликации

служила для решения не одной конкретной задачи, а целого класса задач. Поэтому мультфильм может быть создан из простых геометрических форм, из линий или предметов.

3.5. Содержательный аспект организации учебного процесса при создании детской мультипликации

В контексте формирования функциональной математической грамотности очень важна содержательная сторона создания детского самодельного мультфильма, т. е. контекст, лежащий в основе сюжета мультфильма. Если мы рассматриваем модель как обобщенный способ действия, то с ее помощью можно решить ряд типовых задач. Ученик, создавая анимационную модель, не просто сам находит способ действия с задачами определенного типа, но и учит другого — своего одноклассника, как решать подобные задачи.

Из созданных учениками учебных мультфильмов можно создать образовательный банк, который поможет при изучении определенных тем в любом предмете, не только в математике.

При целенаправленном формировании математической грамотности важно использовать работу с контекстом задачи. Ведь цель школы — готовить ученика, успешно решающего жизненные задачи, выходящие за рамки учебных ситуаций. Используя детскую мультипликацию, мы учим ребенка мыслить логично, математически рассуждать и не бояться нестандартных задач, выделять главное и отбрасывать лишнее.

Рассмотрим работу с нестандартными задачами на примере задачи про улитку:

Улитка ползет по вертикальной стене высотой 5 метров. Улитка днем проползала вверх 3 метра, а за ночь съезжала обратно на 2 метра. Сколько дней надо улитке, чтобы добраться до верха стены (фото 2)? [11].

Если младший школьник решает эту задачу не задумываясь, то получает следующий ход рассуждения:

- 1) $3 - 2 = 1$ м (в день проползает улитка);
- 2) $5 : 1 = 5$ дней (понадобится улитке, чтобы подняться на стену).

Если мы применим анимационную модель (т. е. проиграем ситуацию с помощью мультипликации), то увидим изменение модели:

- 1) $3 - 2 = 1$ м (в день/ночь проползает улитка);
- 2) $5 - 3 = 2$ м (надо подняться улитке, чтобы остался последний дневной подъем 3 м);
- 3) $2 : 1 = 2$ дня (надо ползти улитке до последнего дневного подъема);
- 4) $2 + 1 = 3$ дня (понадобится улитке, чтобы подняться на стену высотой 5 м).

Как видим, рассуждение привычным способом не дает верного решения этой задачи. Производя последовательные действия с анимированной моделью, ученик иллюстрирует решение задачи, открывая новый способ действия для себя и других учащихся.

Таким образом, применение детской мультипликации позволяет создавать новые и преобразовывать уже

Таблица 3

Примеры задач для диагностики функциональной математической грамотности

Тип задания	Пример задачи
Задание с неструктурированными данными [5, задание № 12]	Маша выехала из г. Абрамцево и ехала два часа с одной и той же скоростью. Она доехала до дорожного указателя. Сколько часов у нее уйдет, чтобы доехать от дорожного указателя до г. Березова с такой же скоростью?

Тип задания	Пример задачи						
Задание с избыточными данными [17, задание «Соус»]	<table border="1"> <tr> <td>Салатное масло</td><td>60 мл</td></tr> <tr> <td>Уксус</td><td>30 мл</td></tr> <tr> <td>Соевый соус</td><td>10 мл</td></tr> </table> Есть рецепт на 100 мл заправки. Сколько миллилитров салатного масла понадобится, чтобы сделать 150 мл этой заправки?	Салатное масло	60 мл	Уксус	30 мл	Соевый соус	10 мл
Салатное масло	60 мл						
Уксус	30 мл						
Соевый соус	10 мл						
Задание с недостающими данными [17, задание «Покупка квартиры»]	 Вычислите площадь пола в квартире.						

знакомые ученикам модели, формируя при этом детское учебное действие моделирования.

Задача, решение которой может формировать и диагностировать функциональную математическую грамотность, также должна носить компетентностно-ориентированный характер и быть практико-ориентированной. Условие такой задачи включает представление неструктурированной, избыточной или недостаточной информации в разных формах (табл. 3).

4. Эксперимент по выявлению эффективности использования математических моделей и анимационных иллюстраций

Для проведения педагогического эксперимента по выявлению эффективности использования математических моделей и анимационных иллюстраций были выбраны так называемые нестандартные задачи и задачи с недостающими или избыточными данными.

Ученики из одного класса (30 человек) были поделены на две группы, экспериментальную и контрольную, с одинаковым уровнем познавательной сферы в области математики и уровнем успешности в освоении учебных программ. Экспериментальная группа еженедельно по 2 часа в неделю (на создание одного мультфильма требовалось от 4 до 6 часов) в течение трех учебных лет с сентября по май работала над созданием учебных мультфильмов как моделей для решения нестандартных задач или задач с избыточными данными при ежедневном обучении математике по курсу начальной школы. Мультфильмы были созданы учениками в команде,

реже — индивидуально [11]. В процессе создания мультфильмов учебная ситуация представлялась в виде модели с использованием различных материалов (пластилина, картона, бумаги, линий и т. д.).

В течение трех лет производились замеры уровня функциональной математической грамотности при помощи заданий, разработанных Институтом стратегии развития образования Российской академии образования (ИСРО РАО) [2, 8, 12] и переработанных для младшего школьного возраста. Содержание задач было связано с общими математическими понятиями, характеризующими свойства объектов и явлений живой и неживой природы и тем самым способствующими пониманию роли математики в осознании окружающей действительности и ее изменений. В качестве таких идей в исследовании ИСРО (как в исследовании PISA) выбраны следующие (табл. 4):

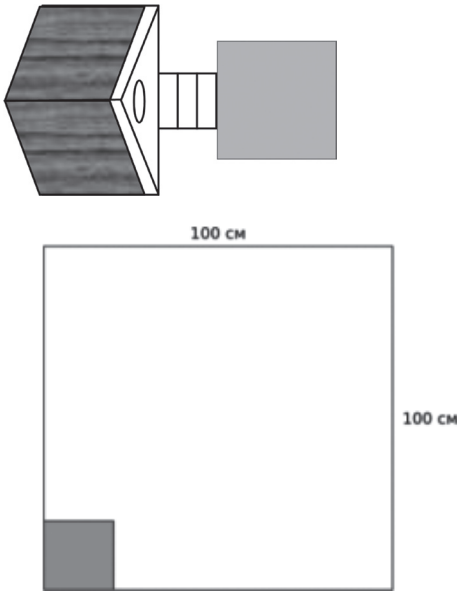
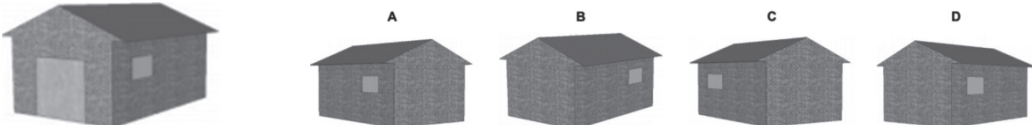
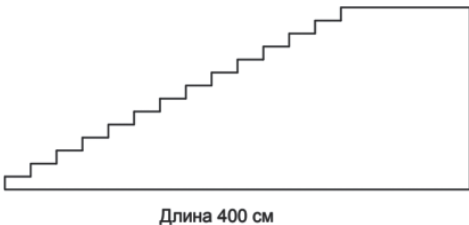
- изменение и зависимости;
- пространство и форма;
- количество;
- неопределенность и данные.

Результаты эксперимента доказывают эффективность работы по созданию мультипликации при решении нестандартных задач и задач с недостающими или избыточными данными: в экспериментальной группе количество успешно выполнивших задания из четырех областей (изменение и зависимости, пространство и форма, количество, неопределенность и данные) оказалось в 1,27 раза больше, чем количество успешно выполнивших эти же задания в контрольной группе.

Данные эксперимента подтверждают, что формирование универсального учебного действия моделирования способствует повышению уровня функциональной математической грамотности младшего школьника.

Таблица 4

Задания для оценки уровня функциональной грамотности, используемые в эксперименте

Тип задания	Пример задачи																
Задание на изменение и зависимости [2]	Витя с дедушкой решили выложить плиткой небольшой участок земли перед крыльцом дома на дачном участке.  Размеры участка земли — 1 м × 1 м (100 см × 100 см). Они решили купить плитку квадратной формы со стороной 20 см. 1. Сколько таких плиток им надо купить? 2. В магазине выяснилось, что нет плиток нужного размера, но имеются плитки, из которых можно сложить плитку размером 20 см × 20 см. Рассчитайте, сколько плиток надо. Заполните таблицу. 3.																
	<table><tr><th>Форма плитки</th><th>Сколько надо плиток этой формы, чтобы сложить из них плитку размером 20 см × 20 см?</th><th>Сколько надо плиток этой формы, чтобы выложить квадратную площадку размером 100 см × 100 см?</th></tr><tr><td>10 см  20 см</td><td>_____ шт.</td><td>_____ шт.</td></tr></table>			Форма плитки	Сколько надо плиток этой формы, чтобы сложить из них плитку размером 20 см × 20 см?	Сколько надо плиток этой формы, чтобы выложить квадратную площадку размером 100 см × 100 см?	10 см  20 см	_____ шт.	_____ шт.								
	Форма плитки	Сколько надо плиток этой формы, чтобы сложить из них плитку размером 20 см × 20 см?	Сколько надо плиток этой формы, чтобы выложить квадратную площадку размером 100 см × 100 см?														
	10 см  20 см	_____ шт.	_____ шт.														
Задание на пространство и форму [12]	Какой из рисунков соответствует модели гаража (вид сзади)? 																
Задание на количество [8]	На рисунке изображена лестница с 14 ступеньками, длина которой 400 см, а высота 140 см. Какова высота каждой из ступенек? 																
Задание на неопределенность и данные [12]	<table><tr><th>Бытовые отходы</th><th>Время разложения</th></tr><tr><td>Банановая кожура</td><td>1–3 года</td></tr><tr><td>Апельсиновые корки</td><td>1–3 года</td></tr><tr><td>Картонные коробки</td><td>0,5 года</td></tr><tr><td>Жевательная резинка</td><td>20–25 лет</td></tr><tr><td>Газеты</td><td>Несколько дней</td></tr><tr><td>Полистироловые чашки</td><td>Более 100 лет</td></tr></table>		Бытовые отходы	Время разложения	Банановая кожура	1–3 года	Апельсиновые корки	1–3 года	Картонные коробки	0,5 года	Жевательная резинка	20–25 лет	Газеты	Несколько дней	Полистироловые чашки	Более 100 лет	В качестве домашнего задания по окружающей среде учащиеся собирали информацию о времени, необходимом для разложения некоторых видов бытовых отходов, которые выбрасывают люди. Ученик хочет изобразить эти данные на столбчатой диаграмме. Приведите одну причину, по которой столбчатая диаграмма не подходит для изображения этих данных.
	Бытовые отходы	Время разложения															
	Банановая кожура	1–3 года															
	Апельсиновые корки	1–3 года															
	Картонные коробки	0,5 года															
	Жевательная резинка	20–25 лет															
	Газеты	Несколько дней															
	Полистироловые чашки	Более 100 лет															

5. Заключение

Одной из составляющих функциональной грамотности, необходимой для успешной жизнедеятельности современного человека, является математическая грамотность. Как показывают исследования качества российского образования, уровень математической грамотности школьников недостаточно высок. Одним из способов формирования математической грамотности младших школьников нам видится развитие такого универсального учебного действия, как моделирование. Такое действие эффективно формируется на уроках математики при решении текстовых задач, в том числе задач на движение, нестандартных задач. В качестве одного из способов анализа условий нестандартной задачи, когда привычная модель решения не работает, предлагается способ анимационного моделирования: учащиеся создают мультипликационный ролик, демонстрирующий решение задачи. Создавая мультфильм, школьники учатся строить модель, работать с ней и преобразовывать ее.

Как показала практика и проведенный эксперимент, уровень математической грамотности учащихся, работающих с анимационными моделями и создающих мультипликацию, оказался выше, чем у остальных учеников начальной школы. Определение уровня математической грамотности проводилось при помощи заданий, предлагаемых международными исследованиями PISA.

Таким образом, анимационное моделирование полезно использовать на уроках математики для повышения уровня функциональной математической грамотности младших школьников.

Список использованных источников

1. Адамович К. А., Капуза А. В., Захаров А. Б., Фрумин И. Д. Основные результаты российских учащихся в международном исследовании читательской, математической и естественнонаучной грамотности PISA-2018 и их интерпретация. М.: НИУ ВШЭ, 2019. 28 с. (Факты образования. 2019. № 2 (25).)
2. Демонстрационные материалы для оценки математической грамотности учащихся // Институт стратегии развития образования РАО. Сетевой комплекс информационного взаимодействия субъектов Российской Федерации в проекте «Мониторинг формирования функциональной грамотности учащихся». <http://skiv.instrao.ru/support/demonstratsionnye-materialya/matematicheskaya-gramotnost.php>
3. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе: от действия к мысли: пособие для учителя / под ред. А. Г. Асмолова. М.: Просвещение, 2008. 151 с.
4. Концепция направления «математическая грамотность» исследования PISA-2021 // Федеральный институт оценки качества образования. <https://fioco.ru/Contents/Item/Display/2201978>
5. Международное исследование качества математического и естественно-научного образования TIMSS 2015. Демонстрационный вариант тетради (Д1) для 4 класса с критериями оценивания заданий // Институт стратегии развития образо-

вания РАО. Центр оценки качества образования. http://www.centeroko.ru/download/Instr_TIMSS2015_books_gr4.zip

6. Международное исследование качества математического и естественно-научного образования TIMSS 2019. Демонстрационный вариант тетради (Д) для 8 класса. https://kalinovkasch.minobr63.ru/wp-content/uploads/2020/04/g8_demonstracionnayetetrad.pdf

7. Международное исследование по оценке качества математического и естественно-научного образования TIMSS 2019 // Институт стратегии развития образования РАО. Центр оценки качества образования. http://www.centeroko.ru/timss19/timss2019_info.html

8. Международная оценка образовательных достижений учащихся (Programme for International Student Assessment — PISA). Примеры заданий по математике / сост. Г. С. Ковалева, К. А. Краснянская // Институт стратегии развития образования РАО. Центр оценки качества образования. http://www.centeroko.ru/pisa06/pisa06_pub.html

9. Образовательная система «Школа 2100». Педагогика здравого смысла / Сборник материалов под ред. А. А. Леонтьева. М.: Баласс, 2003. 368 с.

10. Основные подходы к оценке математической грамотности. Оценка математической грамотности в исследовании PISA-2012 // Институт стратегии развития образования РАО. Центр оценки качества образования. http://www.centeroko.ru/download/General_Math2018.zip

11. Примеры анимационных задач // Территория Надежды. Сайт Н. К. Князевой. <https://knyazeva.mmc.rightside.ru/home/the-news/243-2014-05-16-16-25-15>

12. Примеры открытых заданий по математике PISA (По материалам международного исследования образовательных достижений учащихся PISA 2003, 2012 гг.). https://s11019.edu35.ru/attachments/article/423/Instr_Math_PISA03-12.pdf

13. Рыздзевская О. А., Краснянская К. А. Преемственность в формировании математической функциональной грамотности учащихся начальной и основной школы // Отечественная и зарубежная педагогика. 2019. № 4 (61). Т. 1. С. 146–158. http://ozp.instrao.ru/images/nomera/OZP_4.1.61.2019.pdf

14. Сдам ЕГЭ, решу ГИА. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. <https://math-oge.sdamgia.ru/>

15. Стойлова Л. П. Математика: учебник для студентов отделений и факультетов начальных классов. М.: Академия, 2008. 278 с.

16. Универсальные компетентности и новая грамотность: от лозунгов к реальности / под ред. М. С. Добряковой, И. Д. Фрумина; при участии К. А. Баранникова, Н. Зиила, Дж. Мосс, И. М. Реморенко, Я. Хаутамаки; НИУ ВШЭ. М.: Изд. дом Высшей школы экономики, 2020. 472 с.

17. PISA: математическая грамотность. Минск: РИКЗ, 2020. 252 с.

18. PIRLS 2016 international results in reading / TIMSS & PIRLS International Study Center. <http://timssandpirls.bc.edu/pirls2016/international-results/pirls/performance-at-international-benchmarks/achievement-at-the-international-benchmarks/>

19. PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy. OECD Publishing, 2013. 265 p. https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/PISA%202012%20framework%20e-book_final.pdf

20. TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science // TIMSS & PIRLS International Study Center. <https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/international-results/>