



Н. А. Лебедева, Т. А. Чернецкая

Фирма «1С», г. Москва, Россия

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЦИФРОВЫХ ЗАДАНИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ*

Аннотация

В статье рассмотрены различные виды цифровых заданий по математике для выполнения на компьютерах или планшетах. Обсуждается опыт создания цифровых заданий по математике со сложными с точки зрения автоматической проверки ответами: алгебраическими выражениями, геометрическими построениями, графиками функций и др. В качестве примера применения цифровых заданий рассматривается использование цифровых материалов для подготовки школьников к сдаче ЕГЭ по математике профильного уровня. Также в статье рассмотрены различные формы применения тренажеров и тестов в учебном процессе: поддержка самостоятельной деятельности учащихся при очном учебном процессе, сопровождение онлайн-обучения с преподавателем в условиях пандемии коронавируса, самостоятельное онлайн-обучение без преподавателя на основе специальным образом подготовленных и структурированных учебных курсов. В последнем случае кроме тренажеров предлагается использовать и другие цифровые образовательные ресурсы для повышения степени наглядности учебного материала и организации самоконтроля результатов обучения: видеоролики, слайды, динамические модели, тренировочные упражнения к задачам с развернутым ответом вариантов КИМ ЕГЭ.

Ключевые слова: цифровые тренажеры, единый государственный экзамен по математике, электронное обучение, тесты по математике, динамическая математика.

DOI: 10.32517/2221-1993-2021-20-8-37-52

Введение

В настоящее время на уровне руководителей российской системы образования все чаще звучат заявления о возможности скорого перевода в компьютерный формат различных процедур внешней оценки качества образования, к которым относится и единый государственный экзамен по математике. Так, 5 марта 2021 года руководитель Рособрнадзора А. А. Музаев заявил, что в ближайшие два года планируется перевести в компьютерный формат сдачи Всероссийские проверочные работы**, в 2021 году единый государственный экзамен по информатике уже прошел в компьютерном формате.

В связи с этим в профессиональном и научном обществе ведется дискуссия о возможности перевода в компьютерный формат и ЕГЭ по математике, тем более что мировой опыт успешного проведения выпускного экзамена в такой форме есть, например, в Финляндии [7]. При этом отличительной особенностью выпускного экзамена по математике в Финляндии является не только его форма, но и возможность для школьников использовать на экзамене цифровые инструменты учебной деятельности, например, электронные таблицы или среды интерактивной математики, что существенно расширяет тематику задач, которые могут быть предложены на экзамене.

* Статья подготовлена при поддержке гранта РФФИ № 19-29-14217 «Перспективные направления и формы использования компьютерных технологий в школьном курсе математики».

** https://vopzeta.ru/articles/2021/3/5/quality_of_education/16610-k_2023_godu_vpr_planiruyut_perevesti_v_kompyuternyy_format

Контактная информация

Лебедева Наталья Анатольевна, канд. физ.-мат. наук, руководитель группы разработки образовательных продуктов, фирма «1С», г. Москва, Россия; *адрес:* 127434, Россия, г. Москва, Дмитровское ш., д. 9; *e-mail:* lebn@1c.ru

Чернецкая Татьяна Александровна, канд. пед. наук, ведущий методист отдела образовательных программ, фирма «1С», г. Москва, Россия; *адрес:* 127434, Россия, г. Москва, Дмитровское ш., д. 9; *e-mail:* chet@1c.ru

N. A. Lebedeva, T. A. Chernetskaya

1C Company, Moscow, Russia

USING DIGITAL TASKS WHEN TEACHING MATHEMATICS AT SCHOOL

Abstract

The article discusses various types of digital math tasks to be performed on computers or tablets. The experience of creating digital tasks in mathematics with complex answers from the point of view of automatic verification: algebraic expressions, geometric constructions, graphs of functions, etc. is discussed. As an example of the use of digital tasks, the use of digital materials for preparing schoolchildren for the Unified State Exam in mathematics of a profile level is considered. The article also discusses various forms of using simulators and tests in the educational process: supporting the independent activities of students in the full-time educational process, supporting online learning with a teacher in the context of the coronavirus pandemic, independent online learning without a teacher based on specially prepared and structured training courses. In the latter case, in addition to simulators, it is proposed to use other digital educational resources to increase the visibility of the educational material and organize self-control of learning outcomes: videos, slides, dynamic models, training exercises for problems with a detailed answer to the options for the USE control and measuring materials.

Keywords: digital simulators, Unified State Exam in mathematics, e-learning, tests in mathematics, dynamic mathematics.

Безусловно, сдаче экзамена по математике с применением компьютера должен предшествовать учебный процесс, в котором органично сочетаются традиционные и компьютерно-ориентированные методы обучения и контроля знаний школьников [11], для чего необходимы соответствующие учебные материалы.

В последние годы растет число работ, посвященных различным аспектам применения цифровых инструментов в области школьного математического образования (см., например, работы [3, 5, 6, 9, 12] и цитируемую в них литературу). Пандемия коронавируса также существенно подстегнула использование цифровых инструментов и общую дискуссию о роли компьютера в математическом образовании [4, 13, 14, 16].

Отдельным жанром публикаций стали подробные обзоры инструментов и сервисов для педагогов (см., например, [8, 10]). При этом в обзорах представлено очень мало решений, которые предлагают сложный высокоинтерактивный образовательный контент в виде виртуальных лабораторий, интерактивных тестово-тренажерных систем, интерактивных таблиц, динамических моделей, интерактивных карт, интерактивных анимаций, хотя именно такой электронный контент является наиболее эффективным, в том числе в ситуации возросшего спроса на дистанционное обучение [15].

В данной статье в разделах 1–4 представлены опыт разработки и примеры различных видов цифровых заданий по математике для выполнения на компьютерах (планшетах), демонстрируются возможности автоматической проверки и самопроверки в различных классах задач. В разделах 5–7 обсуждается опыт использования цифровых тренажеров для подготовки школьников к ЕГЭ по математике.

1. Способы проверки и самопроверки в различных типах цифровых заданий по математике для школьников

Большинство современных платформ электронного образования, предлагающих задания с автоматической проверкой ответов, обладают довольно скудным функционалом для ввода сложных ответов к математическим задачам. Обычно есть возможность вводить символы только с клавиатуры, что ограничивает формы допустимых ответов целыми числами, дробями и простыми формулами. Это вынуждает авторов электронных пособий отказываться от задач со сложными с точки зрения автоматической проверки или нечисловыми ответами (например, алгебраическими выражениями, геометрическими построениями, графиками функций) и формулировать задания так, чтобы ответ был простым (например, являлся натуральным или целым числом, рациональной или десятичной дробью, представлял собой простую последовательность символов и т. д.), что зачастую обедняет и математическое содержание.

В зависимости от дидактического назначения выделяют два основных типа цифровых интерактивных заданий по математике:

- *Тренажерные задания*, направленные на отработку навыков. Они могут содержать подсказки, неограниченное число попыток, возможность самопроверки и соответствующие инструменты,

возможность просмотра правильного ответа, обратную связь (правильный ли ответ, анализ ошибки, систему подсказок и др.).

- *Контрольные задания*, предназначенные в первую очередь для проверки уровня знаний учащихся. Такие задания могут иметь ограниченное число попыток ответа, ограничение по времени выполнения, штрафы за использование подсказок, снижение оценки за использование нескольких попыток ответа. Также для таких заданий характерно отсутствие содержательной обратной связи, явных и неявных подсказок (в том числе отсутствие возможности самопроверки).

При этом исходная математическая задача часто может быть преобразована как к первому, так и ко второму типу в зависимости от дидактического назначения разрабатываемого цифрового ресурса.

Так, на рисунке 1 приведены примеры двух различных цифровых заданий, созданных на основе одной и той же исходной задачи на построение. В первом случае (а) даны только условие, инструменты для построения и кнопка «Проверить построение», которая позволяет сделать ограниченное количество попыток ответа. Во втором случае (б) дополнительно дана кнопка «Указание», по нажатию на которую открывается подсказка в виде текста и чертежа; также возможна многократная проверка построения кнопкой «Проверить построение».

Ввод «сложных» ответов по математике должен быть обеспечен специальным инструментарием, предоставляемым платформой разработки. В данной статье приводятся примеры цифровых заданий, разработанных в среде «1С:Математический конструктор» [1] и в редакторе тестовых заданий платформы «1С:Образование» [2].

2. Проверка сложных алгебраических ответов

Одним из способов ввода сложных алгебраических ответов может быть **специализированная экранная клавиатура**, встроенная в тестовые задания платформы «1С:Образование» и позволяющая набирать математические выражения (рис. 2, а).

В программе должна быть заложена возможность принимать любой вариант записи правильного ответа: на рисунке 2 можно видеть эквивалентные способы введения a_{10} и a_n , а на рисунке 3 показаны разные варианты ввода ответа для парных корней (радикалы и дроби введены по-разному для первого и второго корней).

При этом при создании такого задания нет необходимости перечислять все возможные варианты ответа, да это и не всегда возможно, так как вариаций может быть бесконечное число. Разработанный алгоритм проверки сам определяет, эквивалентен ли предложенный пользователем ответ тому, который задан авторами в качестве правильного варианта.

Другой пример такой клавиатуры и соответствующего модуля проверки есть в среде «1С:Математический конструктор»: клавиатура позволяет вводить форму-

Задача 1145

Даны два круга. Постройте круг с центром в точке O_3 , площадь которого равна сумме площадей данных кругов.

Проверить построение

Выберите, переместите объект. При нажатых Shift или Ctrl можно выбрать несколько объектов.

а

Задача 1145. Подсказка

Даны два круга. Постройте круг с центром в точке O_3 , площадь которого равна сумме площадей данных кругов.

Указание

Радиус искомого круга равен гипотенузе прямоугольного треугольника с катетами R_1 и R_2 .

Проверить построение

Выберите, переместите объект. При нажатых Shift или Ctrl можно выбрать несколько объектов.

б

Рис. 1. Реализация одной исходной математической задачи в двух разных видах:
а — в виде контрольного задания; б — в виде тренажерного задания

В геометрической прогрессии $a_1, a_2, \dots$ знаменатель обозначен через q . Найдите указанные значения, используя данные.

Дано:

$$a_3 = 2$$

$$q = \sqrt{2}$$

Найти:

$$a_1 = 1$$

$$a_{10} = 16\sqrt{2}$$

$$a_n = (\sqrt{2})^{n-1}$$

Сбросить Подтвердить ответ Пропустить

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	✕
q	w	e	r	t	y	u	i	o	p	+
a	s	d	f	g	h	j	k	l		-
⬆	z	x	c	v	b	n	m	,	αβγ	×
±	√	√	■	■	■	()		sin	log	÷

а

В геометрической прогрессии $a_1, a_2, \dots$ знаменатель обозначен через q . Найдите указанные значения, используя данные.

Дано:

$$a_3 = 2$$

$$q = \sqrt{2}$$

Найти:

$$a_1 = 1$$

$$a_{10} = (\sqrt{2})^9$$

$$a_n = 2^{\frac{n-1}{2}}$$

Правильно

б

Рис. 2. Примеры эквивалентных способов ввода ответов, которые модуль проверки распознает как правильные

Решите уравнения, используя формулу для корней квадратного уравнения (корни следует вводить по возрастанию)

Уравнение	Дискриминант	Ответ	
		x_1	x_2
$x^2 + 7x + 1 = 0$	45	$\frac{-7-\sqrt{45}}{2}$	$-3,5 + \frac{3\sqrt{5}}{2}$
$x^2 - 5x + 5 = 0$	5	$\frac{5-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{\sqrt{5}}{2}(\sqrt{5}+1)$
$x^2 + 4x - 28 = 0$	128	$\frac{-2-\sqrt{32}}{1}$	$-2+4\sqrt{2}$

Правильно

Далее >

Рис. 3. Примеры различных способов ввода

лу, зависящую от параметров и вычислений на листе (рис. 4, 5). Созданное таким образом выражение также может быть проверено.

На рисунке 4 показан пример задания, в котором по виду графика многочлена нужно задать его формулу. В качестве верного ответа может быть принят правильный многочлен, записанный в любом виде, но особенно удобно вводить его в виде произведения множителей, так как по виду многочлена легко понять, чему равны его корни и кратности корней.

Особенность задания, представленного на рисунке 5, — ввод ответа, зависящего от переменных величин (т. е. от вероятностей безотказной работы устройств), которые можно изменять.

Упрощенным вариантом ввода сложных ответов может быть ввод простых ответов или выбор предложенных вариантов в рамках заданного шаблона. Такой способ ввода может особенно удачно применяться в пошаговых тренажерах (рис. 6), где одной из целей является обучение последовательному изложению шагов решения задачи.

График многочлена

Жирной голубой линией нарисован график многочлена $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$.
Найдите коэффициенты $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ или задайте многочлен формулой.

Выберите способ задания многочлена:

☐ подобрать коэффициенты;

☒ ввести формулу.

$P(x) = x^2(x-1)$

РЕДАКТОР ФУНКЦИИ

$x^2 \cdot (x-1)$

Функции Объекты

OK Отмена

Номер вопроса: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

□ ■ □ □ □ □ □ □ □ □

Рис. 4. Пример ввода многочлена в качестве ответа на задачу

Надежность схемы

→ Электрическая схема Схема 1 **Схема 2** Схема 3 Схема 4 Схема 5

Три элемента соединены **параллельно**. Вероятности их безотказной работы — p_1, p_2, p_3 .
Вычислите по ним вероятность $P(A)$ безотказной работы всего устройства.

$p_1 = 0,6$
 $p_2 = 0,3$
 $p_3 = 0,7$

$P(A) = 0,916$

ПРОВЕРИТЬ

РЕДАКТОР ВЫРАЖЕНИЯ

$1 - (1-p_1) \cdot (1-p_2) \cdot (1-p_3)$

Число опытов: 50 100

OK Отмена

Выберите, переместите объект. При нажатых Shift или Ctrl

Рис. 5. Пример ввода ответа, зависящего от параметров

Решить неравенство $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) > -\sin 3x$.

Решение: шаг 1

Преобразуем неравенство. Для этого перенесем правую часть влево, воспользуемся формулой приведения и формулой для :

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) > -\sin 3x \Leftrightarrow \text{---} x + \sin 3x > 0 \Leftrightarrow 2 \text{---} 2x \text{---} x > 0.$

Сбросить Показать ответ Пропустить

Решить неравенство $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) > -\sin 3x$.

Решение: шаг 1

Преобразуем неравенство. Для этого перенесем правую часть влево, воспользуемся формулой приведения и формулой для :

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) > -\sin 3x \Leftrightarrow \text{---} x + \sin 3x > 0 \Leftrightarrow 2 \text{---} 2x \text{---} x > 0.$

разности косинусов
разности синусов
суммы синусов
суммы косинусов

Сбросить Показать ответ Пропустить

Рис. 6. Пример ввода ответа в виде заполнения шаблона в задании-тренажере

3. Проверка геометрических построений

Еще одним примером заданий для автоматической проверки, созданных в среде динамической математики «1С:Математический конструктор», являются задачи на построение. Сами построения аналогичны тем, которые выполняются при помощи циркуля и линейки, при этом заложенный алгоритм проверки построения включает проверку взаимосвязей построенных элементов, что позволяет исключить угадывание или простое «рисование» правильного ответа. В некоторых задачах, которые имеют несколько вариантов решения, алгоритм проверки позволяет учесть количество найденных решений и дать рекомендации по дальнейшей работе (см. пример на рисунке 7).

Важным элементом заданий в среде динамической математики является **возможность самопроверки**. Функционал «живого» чертежа позволяет учащемуся варьировать данные задачи и убедиться в корректности созданного построения, а также в некоторых случаях найти условия, при которых требуемое построение невозможно.

На рисунке 17 в разделе 7 приведен пример задания на построение сечения пространственной фигуры плоскостью с возможностью автоматической проверки. Конструирование сечений пространственных фигур с использованием специальных цифровых инструментов дает новое качество обучения, так как развивает пространственное воображение и интуицию учащихся, а возможность вращать и наклонять изображение, варьировать исходные данные в таких задачах позволяет провести самопроверку и убедиться в правильности построения.

Проверка геометрических построений может быть использована и в более простых задачах. Например, на

рисунке 8 приведен пример задания на построение графика движения по текстовому условию задачи. Такого рода задания также могут применяться и при изучении кинематики на уроках физики.

В качестве заключительного примера заданий на построение приведем пример задания на раскрашивание частей плоскости (рис. 9). Задание заключается в том, чтобы окрасить части плоскости в зависимости от того, какой тип многоугольника получается при помещении определенной точки замкнутой ломаной в эту область плоскости. В данном задании возможность перемещать точку позволяет учащемуся проверить себя, так как явным образом можно наблюдать тип многоугольника. Если же в задании не давать возможности перемещать точку, то задача становится более сложной и может быть использована и на этапе контроля знаний.

4. Неспецифические типы заданий с проверкой

В следующих нескольких примерах будут продемонстрированы неспецифические для математики типы заданий с проверкой, позволяющие, однако, хорошо представить математическое содержание заданий.

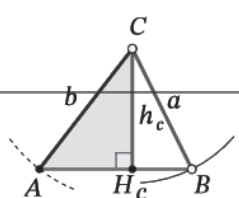
На рисунке 10 приведено **задание на размещение значений на числовой окружности**. Такое задание может быть полезным упражнением для отработки и закрепления, а также может быть использовано как тестовое задание при контроле знаний. В это задание также может быть заложено большое число вариантов значений ответов, чтобы генерировать уникальные наборы заданных значений для каждого учащегося.

Построение треугольника по двум сторонам и высоте к третьей стороне

Даны длины сторон $a = BC$ и $b = AC$ треугольника ABC и его высота h_c , проведенная из вершины C . Постройте треугольник. Решение задачи считается законченным, когда искомые фигуры построены инструментом *Многоугольник*.

Задание **Задание с подсказкой** Решение

Подсказка

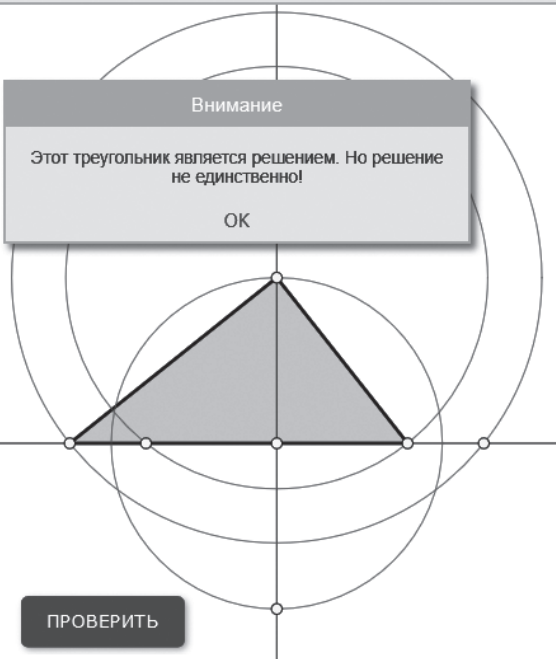


Начните с построения вспомогательного треугольника ACH_c

Внимание

Этот треугольник является решением. Но решение не единственно!

ОК



ПРОВЕРИТЬ

? Выберите, переместите объект. При нажатых Shift или Ctrl можно выбрать несколько объектов.

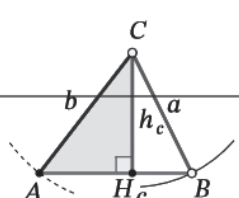
а

Построение треугольника по двум сторонам и высоте к третьей стороне

Даны длины сторон $a = BC$ и $b = AC$ треугольника ABC и его высота h_c , проведенная из вершины C . Постройте треугольник. Решение задачи считается законченным, когда искомые фигуры построены инструментом *Многоугольник*.

Задание **Задание с подсказкой** Решение

Подсказка

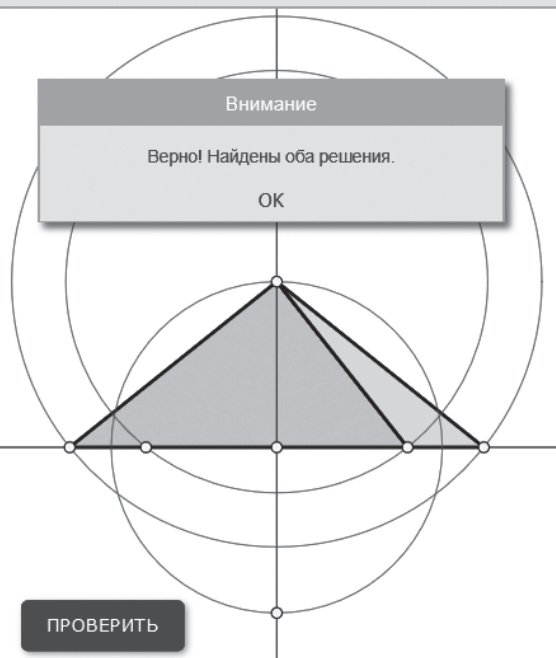


Начните с построения вспомогательного треугольника ACH_c

Внимание

Верно! Найдены оба решения.

ОК



ПРОВЕРИТЬ

? Выберите, переместите объект. При нажатых Shift или Ctrl можно выбрать несколько объектов.

б

Рис. 7. Пример задания с проверкой геометрического построения

Постройте график, соответствующий истории.

Красная Шапочка отправилась навестить бабушку. Пройдя за полчаса 1,5 км, она встретила Волка и остановилась поговорить с ним. Проболтав с Волком полчаса, девочка неспешно продолжила свой путь и за следующие полчаса преодолела всего 500 метров. Тут она посмотрела на часы, увидела, что опаздывает и, пустившись бегом, промчалась оставшуюся половину пути всего за полчаса.

Внимание
Правильно!
ОК

ПРОВЕРИТЬ ОТВЕТ

Выберите, переместите объект. При нажатых Shift или Ctrl можно выбрать несколько объектов.

Рис. 8. Пример задания на построение графика движения с проверкой

Задание 1 Задание 2

Прямые AB , BD , DE и EA разбивают плоскость на несколько областей. Раскрасьте их зеленым, желтым и красным так, что если поместить точку C в зеленую область, то фигура $ABCDE$ будет выпуклым многоугольником, если в желтую, то фигура $ABCDE$ будет невыпуклым многоугольником, а если в красную, то эта фигура не будет многоугольником.

Внимание
Раскрашено верно!
ОК

ПРОВЕРИТЬ ОТВЕТ

Выберите, переместите объект. При нажатых Shift или Ctrl можно выбрать несколько объектов.

Рис. 9. Пример задания на раскрашивание

Тренажер «Тригонометрическая окружность»

1 Завершить

Расставьте значения на тригонометрической окружности.

Правильно

Далее >

Рис. 10. Пример задания на размещение элементов

Перед вами шесть кругов, каждый из которых символизирует обозначенное на нём множество фигур, и восемь четырёхугольников. Составьте из кругов *диаграмму Венна*, которая будет правильно отображать соотношения между множествами. Расположите на ней каждый из четырёхугольников так, чтобы он попал в соответствующую ему часть диаграммы.

ПРОВЕРИТЬ ОТВЕТ

Рис. 11. Пример задания на создание диаграммы Эйлера-Венна

На какие множители раскладываются трехчлены из первой строки?

	$x^2 + x - 2$	$x^2 - 3x + 2$	$x^2 - 4x + 3$	$x^2 + 2x - 3$	$x^2 + 3x - 4$
$x - 3$	☐	☐	☒	☐	☐
$x + 1$	☐	☐	☐	☐	☐
$x + 4$	☐	☐	☐	☐	☒
$x - 1$	☒	☒	☒	☒	☒
$x - 4$	☐	☐	☐	☐	☐
$x + 2$	☒	☐	☐	☐	☐
$x - 2$	☐	☒	☐	☐	☐
$x + 3$	☐	☐	☐	☒	☐

Сбросить ✓ Подтвердить ответ

Рис. 12. Пример матричного теста

Таблица

Основные характеристики цифровых математических заданий и их возможные значения

№ п/п	Характеристика	Возможные значения
1	Контрольное/тестовое	• Контрольное задание. • Тренажерное задание
2	Наличие автоматической проверки	• Есть автоматическая проверка. • Нет автоматической проверки
3	Наличие самопроверки	• Есть возможности самопроверки. • Нет возможностей самопроверки
4	Наличие подсказок	• Есть подсказки. • Нет подсказок
5	Тип ввода ответа	• Простые тестовые механики (простые поля ввода, чекбоксы, выпадающие списки и т. п.). • Формульный ввод. • Геометрическое построение. • Построение графика функции по формуле. • Окрашивание областей. • Размещение объектов. • Другие

Рисунок 11 также содержит **пример своего рода задания на размещение**. Требуется создать корректные диаграммы Эйлера—Венна для подмножеств геометрических фигур. Здесь учащийся может как передвигать элементы, так и менять размеры окружности, объединяющей элементы в подмножества. Аналогичные задания могут быть полезны и при изучении элементов теории множеств на других уроках.

На рисунке 12 приведен **пример матричного теста**, где нужно отметить множители, на которые могут быть разложены квадратные трехчлены. Такой матричный тест является оригинальным заданием на отработку теоремы Виета, а за счет схожести предложенных трехчленов несет в себе возможности самопроверки и дополнительно развивает наблюдательность.

В таблице предложен набор основных характеристик заданий и их возможных значений, который может быть использован для типизации цифровых математических заданий для выполнения на компьютере.

5. Разработка цифровых заданий для подготовки школьников к ЕГЭ по математике

Авторами статьи разработаны **интерактивные учебные материалы для подготовки школьников к единому государственному экзамену по математике профильного уровня**. Основная задача, которую ставили перед собой авторы, состояла в том, чтобы дать школьникам как инструменты для тренировки в реше-

ЕГЭ по математике, профильный уровень	
Демонстрационные материалы	(58)
Диагностическое тестирование	(2)
Часть В	(13)
Тригонометрия	(113)
Алгебраические уравнения и неравенства	(105)
Задачи с экономическим содержанием	(47)
Задачи с параметрами	(86)
Планиметрия	(175)
Стереометрия	(59)
Комбинаторика и теория чисел	(41)
Дополнительные материалы	

Рис. 13. Содержание учебных материалов

нии задач с кратким ответом (первая часть ЕГЭ), так и обучающие тренажеры для подготовки к решению задач с развернутым ответом (вторая часть ЕГЭ). Такие учебные материалы были разработаны авторами в сотрудничестве с фирмой «1С» и реализованы в виде учебного курса в системе электронного обучения «1С:Образование»: <https://obrazovanie.1c.ru/> (рис. 13). При разработке заданий были использованы практически все типы проверяемых ответов, описанные выше.

В состав материалов вошли:

- тренировочные упражнения по заданиям с кратким ответом;
- краткие видеолекции с разбором основных вопросов теории и примерами решения задач с развернутым ответом;

- слайд-конспекты;
- пошаговые тренажеры для отработки методов решения задач;
- задачи для самостоятельного решения с автоматической проверкой;
- интерактивные модели, разработанные в среде «1С:Математический конструктор».

6. Использование простых тестовых механик в задачах ЕГЭ с кратким ответом

Пример упражнения по заданиям с кратким ответом представлен на рисунке 14. Такие упражнения создавались на основе заданий профильного ЕГЭ по математике открытого банка ФИПИ:

<http://os.fipi.ru/tasks/2/a>.

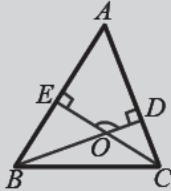
Задачи в тестах-упражнениях сгруппированы по типам (с возможностью выбора случайным образом определенного количества заданий из числа имеющихся), что позволяет тренироваться в решении тех задач, которые вызывают сложности. Каждое задание снабжено не только автоматической проверкой и возможностью посмотреть правильный ответ, но и подсказкой, которая в случае затруднения может помочь направить решение задачи по нужному пути. Поскольку на экзамене в этих задачах предполагается проверка только ответа (который должен быть представлен в виде конечной десятичной дроби), то при создании упражнений использовались простые тестовые механики, описанные в таблице раздела 4.

Кроме того, из имеющегося банка заданий также с помощью случайного выбора можно формировать варианты по типу контрольно-измерительных материалов ЕГЭ, что позволяет школьнику и преподавателю в любой момент времени смоделировать экзамен и проверить готовность к нему. После выполнения задания

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Завершить

В треугольнике ABC угол A равен 40° , углы B и C — острые, высоты BD и CE пересекаются в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.



Ответ:

1) Сумма углов выпуклого четырехугольника составляет 360° .

2) Сначала определите все углы в прямоугольном треугольнике ABD , а затем в треугольнике BEO . Нужный нам угол DOE является смежным к углу BOE , градусная мера которого нам известна.

Сбросить

Показать ответ

Подсказка

✓ Подтвердить ответ

Пропустить

Рис. 14. Упражнение для тренировки решения задач с кратким ответом

Итоговое тестирование

Результат прохождения

83%

[Начать заново](#)

Пользователь: Чернецкая Татьяна Александровна

Начало: Сегодня в 15:38

Окончание: Сегодня в 15:44

Длительность: 6 мин 27 с

[Перейти к просмотру](#)

№	Название	Результат	Попытки ответа
1	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☺
2	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☺
3	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☺
4	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☺
5	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☺
6	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☺
7	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☺
8	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☺
9	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☺
10	Вопрос	✗ Нет ответа	
11	Вопрос	✗ Вопрос не сдан	○
12	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☺

[Условные обозначения](#)

Попытки прохождения

Начало	Окончание	Результат
21.10.2021 15:38	21.10.2021 15:44	83%
10.10.2020 16:51	10.10.2020 16:51	0%
10.05.2020 13:57	10.05.2020 13:57	0%
02.05.2020 14:16	10.05.2020 13:58	0%
27.10.2018 12:00	26.01.2019 15:58	0%

Рис. 15. Отчет о выполнении задания

автоматически формируется отчет (рис. 15), из которого видны время, затраченное на выполнение задания, количество попыток ответа на вопрос (в тренировочной версии оно не ограничено) и их результативность, количество попыток выполнения задания (с помощью чего несложно отследить прогресс учащегося) и другая полезная информация.

7. Автоматическая проверка решений в заданиях с развернутым ответом вариантов КИМ ЕГЭ

Основная задача, которую преследовали авторы тренажеров по задачам с развернутым ответом, — создать обучающие интерактивные учебные материалы, которые направляли бы ход решения задачи школьником и одновременно проверяли корректность решения [13, 15]. Для этого решение задачи разбивалось на логически завершённые действия — шаги, и каждый такой шаг реализовывался в виде интерактивного тестового вопроса с разными шаблонами ответов: ввод ответа, выбор от-

вета, установление соответствия, сортировка элементов ответа, установление правильного порядка. Использовались и более сложные возможности, связанные с активным использованием при создании тренажеров среды динамической математики «1С:Математический конструктор»:

- сопровождение решения задачи демонстрационной интерактивной моделью для повышения степени наглядности в изложении учебного материала (например, моделью, демонстрирующей процесс построения пространственного чертежа в задачах по стереометрии, — рис. 16);
- разработка тренажеров по геометрии не только для задач на доказательство и вычисление, но и для задач на построение (например, на построение сечений — рис. 17) с автоматической проверкой;
- включение в состав тренажера интерактивной модели-исследования с автоматической проверкой правильности выдвинутой гипотезы (например, в задачах с параметром — рис. 18).

1 2

Найдите длину ребра правильного тетраэдра $ABCD$, у которого расстояние от вершины A до плоскости, проходящей через середины ребер CD , BC и AB равно 1.

Решение: шаг 2

Будем искать расстояние от точки M – середины отрезка AC до секущей плоскости. Рассмотрим отрезок MN , соединяющий середины ребер AC и BD . Он перпендикулярен обоим ребрам, так как совпадает с медианой и, соответственно, высотой равнобедренных треугольников DMB и ANC .

Пусть длина ребра равна a . Выразим через неё длину отрезка MN . Найдём высоты граней тетраэдра:
 $AN = NC = a\sqrt{\square/\square}$.

Сбросить

Показать ответ

Подсказка

✓ Подтвердить ответ

Рис. 16. Тренажерное задание по стереометрии с динамической моделью-иллюстрацией

Упражнение 1

Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки K , L и M .

ПРОВЕРКА ОТВЕТА

Правильно! Молодец, Чернецкая Татьяна Александровна

ОК

ПРОВЕРИТЬ ОТВЕТ

Выберите, переместите объект. При нажатых Shift или Ctrl можно выбрать несколько объектов.

Рис. 17. Тренажерное задание на построение с автоматической проверкой

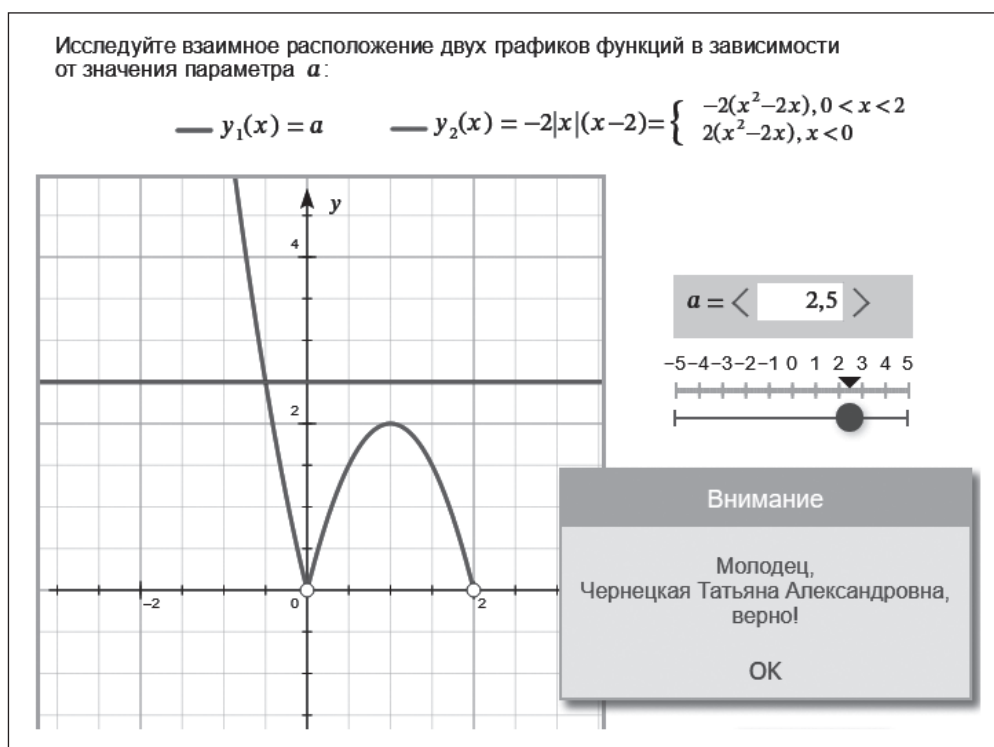


Рис. 18. Тренажерное задание с динамической моделью-исследованием и автоматической проверкой

Учебный период		Перейти к просмотру		
ервое полугодие (01.10.20–15.01.21)				
Учащийся	Класс / группа	Начало	Окончание	Результат
Битиев Дмитрий		10.10.2020 16:51	10.10.2020 17:31	66%
Обухов Антон		10.10.2020 16:50	10.10.2020 17:14	75%
Садовников Данила		10.10.2020 16:53	10.10.2020 17:32	75%
Степанов Артем		10.10.2020 16:50	10.10.2020 17:19	100%
Страхов Владислав		11.11.2020 12:57	11.11.2020 13:31	100%
Цивчинский Владислав		10.10.2020 16:51	10.10.2020 17:26	100%

№	Название	Результат	Попытки ответа
1	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☑
2	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☑
3	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☑
4	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☑
5	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☑
6	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☑
7	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☑
8	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☑
9	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☑
10	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☑
11	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☑
12	Вопрос	✓ Вопрос сдан	☐☑

Рис. 19. Отчет «Результаты учащихся»

Статистика правильных ответов

Класс:

Подготовка к ЕГЭ, математика

Учебный период:

Первое полугодие (01.09.21–31.12.21)

Сформировать отчет

Вопрос	Всего ответов	Правильных о...	Процент прав...	Неправильны...	Процент непр...	Не приступил...
Вопрос	9	2	22 %	3	33 %	4
Вопрос	6	3	50 %	3	50 %	0

Рис. 20. Отчет «Статистика правильных ответов»

Совокупность шагов составляет полное решение задачи и после их выполнения преподаватель и учащийся получают отчет о решении в виде, аналогичном изображенному на рисунке 15, с сохраненными ответами учащегося на каждом шаге. Анализируя решение задачи, выполненной группой учащихся, преподаватель может видеть, с одной стороны, какие шаги решения вызвали затруднения у каждого конкретного школьника (рис. 19), а с другой — какие шаги оказались сложными для всей группы учащихся (рис. 20).

Разработанные учебные материалы используют с 2016 года в различных проектах фирмы «1С» для математического образования школьников, в частности:

- для очной подготовки одиннадцатиклассников к ЕГЭ по математике на базе учебного центра № 1 (г. Москва, Дмитровское шоссе, д. 9);
- для дистанционного обучения школьников в условиях пандемии коронавируса;
- для самостоятельной онлайн-подготовки школьников к ЕГЭ по математике на портале «1С:Репетитор»: <https://repetitor.1c.ru/>.

О последнем варианте стоит сказать особо, так как на портале «1С:Репетитор» обучение школьников происходит без участия преподавателя, при этом используются специально разработанные учебные материалы. Весь учебный материал для самостоятельной подготовки школьников разбит на 60 занятий: 37 — по алгебре и 23 — по геометрии. В рамках одного занятия порция учебного материала такова, что учащийся может освоить его за полтора-два часа. Каждое занятие характеризуется

жесткой структурой — предлагается методически обоснованная последовательность теории (текст, слайды, видео), эксперимента (работа с моделями) и практики (задачи). Кроме описанных выше тренажеров с разбором решения используются также упражнения по задачам вариантов КИМ ЕГЭ с развернутым ответом с автоматической проверкой только ответа.

Некоторые результаты очного обучения с использованием описанных учебных материалов представлены на рисунке 21.

Заключение

Возможности современных инструментов для создания цифровых учебных материалов позволяют разрабатывать сколь угодно сложные и разнообразные как по содержанию, так и по цели использования в учебном процессе интерактивные задания по математике с автоматической проверкой. Перевод в такой цифровой формат традиционных для школьного курса математических задач позволяет придать им новые дидактические свойства, организовать с их помощью как традиционные виды учебной деятельности в новой форме без потери математического содержания, так и новые виды — например, проведение математического исследования или эксперимента с эвристической компонентой. Но гораздо больший интерес с точки зрения развития математических способностей школьников представляют разработка и включение в школьный курс специфических заданий, решение которых возможно только с использованием цифровых инструментов. И это уже задача для разработчи-



Рис. 21. Распределение баллов профильного ЕГЭ по математике среди учащихся учебного центра № 1 фирмы «1С»

ков федеральных государственных образовательных стандартов, примерных программ и контрольно-измерительных материалов государственной итоговой аттестации по математике.

Список использованных источников

- 1С:Математический конструктор. <https://obr.1c.ru/mathkit/intro.html>
- 1С:Образование. <https://obrazovanie.1c.ru/>
- Булычев В. А. «1С:Математический конструктор» и виртуальные лаборатории по математике в Московской электронной школе // Новые информационные технологии в образовании. Сборник научных трудов 20-й международной научно-практической конференции. Ч. 2. М.: 1С-Паблишинг, 2020. С. 212–216.
- Вавилов Н. А. Компьютер как новая реальность математики. I. Personal account // Компьютерные инструменты в образовании. 2020. № 2. С. 5–26.
- Дубровский В. Н. Как «1С:Математический конструктор» помогает решать задачи // Новые информационные технологии в образовании. Сборник научных трудов 21-й международной научно-практической конференции. Ч. 2. М.: 1С-Паблишинг, 2021. С. 151–154.
- Дубровский В. Н. Стереометрия с компьютером // Компьютерные инструменты в образовании. 2003. № 6. С. 3–11.
- Дубровский В. Н., Лебедева Н. А., Чернецкая Т. А. Выпускной экзамен по математике в Финляндии: первый опыт полной цифровизации // Математика в школе. 2020. № 8. С. 38–54.
- Карлов И. А., Ковалев В. О., Кожевников Н. А., Патаракин Е. Д., Фрумин И. Д., Шейндт А. Н., Шоноу Д. О. Экспресс-анализ цифровых образовательных ресурсов и сервисов для организации учебного процесса школ в дистанционной форме. М.: НИУ ВШЭ, 2020. 56 с. (Современная аналитика образования. 2020. № 4 (34).)
- Ларин С. В., Майер В. Р., Кочеткова Т. О., Карнаухова О. А. Особенности создания и использования компьютерных анимационных рисунков в обучении математике // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В. П. Астафьева. 2020. № 1 (51). С. 6–14.
- Панюкова С. В. Цифровые инструменты и сервисы в работе педагога. М.: Про-пресс, 2020. 33 с.
- Родионов М. А., Храмова Н. Н., Чернецкая Т. А. Подготовка будущих учителей к обеспечению рационального сочетания традиционных и компьютерно ориентированных методических подходов на уроках математики // Информатика и образование. 2015. № 3. С. 36–41.
- Сибнев А. И., Дубровский В. Н. Динографики в курсе алгебры 7–10-х классов // Математика в школе. 2021. № 2. С. 21–31.
- Семенов А. Л., Поликарпов С. А. Цифровая трансформация школы и роль математики и информатики в ней. Проблемы и парадоксы математического образования и их цифровое решение // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании. Труды IV Международной научной конференции. Красноярск, СФУ, 2020. С. 192–200.
- Чернецкая Т. А. Методические подходы к обучению математике с применением технологий дистанционного обучения // Информатика и образование. 2012. № 7. С. 90–93.
- Clark R. C., Mayer R. E. E-learning and the science of instruction: Proven guidelines for consumers and designers of multimedia learning. John Wiley & Sons, 2016. 527 p.
- Rodionov M. A., Akimova I. V., Chernetskaya T. A. Creation of the constructive creative environment on the basis of realization of interactive dynamic models // World of Scientific Discoveries. 2014. № 9 (57). P. 21–34.

НОВОСТИ

Ученые ОмГПУ разрабатывают методику преподавания математики в смешанном формате

Ученые Омского государственного педагогического университета продолжают разрабатывать смешанную методику преподавания математики в общеобразовательной организации. Благодаря этому в процессе обучения дети смогут работать как в реальной, так и в виртуальной среде. Акцент делается в том числе и на самообучении.

Ученые провели исследование и проанализировали цифровые образовательные ресурсы, платформы и онлайн-сервисы, которые можно использовать на уроках.

Уже разработано несколько онлайн-курсов, которые могут использоваться в ходе реализации смешанного обучения математике. Все курсы находятся на образовательном портале «Школа».

Кроме того, команда проекта организовала Всероссийскую научно-практическую конференцию «Инноваци-

онные подходы к обучению математике в школе и вузе». Более 100 педагогов приняли участие и в организованном командой вебинаре для учителей математики «Смешанное обучение математике: возможности и особенности реализации в школе».

«В процессе обучения математике в настоящее время можно использовать различные цифровые ресурсы, начиная с презентаций и демонстрационных компьютерных программ и заканчивая программами динамической геометрии и онлайн-сервисами. Все они открывают большие возможности для учащихся в овладении математическими знаниями», — отметила руководитель проекта, заведующая кафедрой математики и методики обучения математике ОмГПУ М. В. Дербуш.

(По материалам федерального портала «Российское образование»)