

А. В. Бабошина

Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского;
средняя школа № 43 им. А. С. Пушкина, г. Ярославль, Россия

П. А. Корнилов

Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского, г. Ярославль, Россия

О СИСТЕМЕ ИГР ПРИ ОБУЧЕНИИ СТАРШЕКЛАССНИКОВ АЛГОРИТМАМ И МАТЕМАТИЧЕСКИМ СТРУКТУРАМ

Аннотация

В статье рассмотрен вопрос повышения мотивации учащихся к изучению информатики и математики посредством введения в образовательный процесс элементов геймификации. Особое внимание уделено возможности внедрения компьютерных игр в образовательный процесс в рамках внеурочной деятельности по информатике. Приведен краткий обзор разработанной авторами обучающей программной среды, содержащей набор парных конечных математических игр («Определитель», «24 карты», «Чёт», «Игра Баше», «Спички Бергсона», «Игра Кейлеса», «Ним»). Данная система игр может быть использована для подготовки учащихся к государственной итоговой аттестации по информатике в XI классе. Рассмотрены основные подходы к решению перечисленных выше игр, а также их применение для определения выигрышных стратегий некоторых других игр. В заключении дано обоснование целесообразности использования разработанной учебной программной среды.

Ключевые слова: мотивация, геймификация, метод «минимакс», числа Шпрага—Гранди, ним-сумма, симметричная стратегия.

DOI: 10.32517/2221-1993-2021-20-8-18-24

1. Внедрение игр в образовательный процесс для повышения мотивации школьников

В настоящее время достаточно остро стоит задача повышения качества школьного образования. Одним из способов ее решения является повышение мотивации обучающихся, так как именно мотивация ответственна за активную позицию школьника в обучении

и личностном развитии. Следовательно, современному учителю необходимо понять, как повысить мотивацию школьников к обучению, выяснить, чем определяется их настойчивость в достижении цели, какие внутренние и внешние факторы пробуждают мотивы личности к достижению определенной цели.

Согласно данным, полученным на основе исследования уровня мотивации школьников старших классов [10], менее 10 % учащихся имеют хорошую школьную

Контактная информация

Бабошина Анна Викторовна,

магистрант кафедры теории и методики обучения информатике физико-математического факультета, Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского, г. Ярославль, Россия; *адрес:* 150000, Россия, г. Ярославль, ул. Республиканская, д. 108/1; учитель информатики, средняя школа № 43 им. А. С. Пушкина, г. Ярославль, Россия; *адрес:* 150000, Россия, г. Ярославль, ул. Б. Октябрьская, д. 64а;

e-mail: annbabosh@yandex.ru

Корнилов Петр Анатольевич, канд. физ.-мат. наук, доцент, зав. кафедрой теории и методики обучения информатике, Ярославский

государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского, г. Ярославль, Россия; *адрес:* 150000, Россия, г. Ярославль, ул. Республиканская, д. 108/1; *e-mail:* kornilovpa@yandex.ru

A. V. Baboshina

Yaroslavl State Pedagogical University named after K. D. Ushinsky;
School 43 named after A. S. Pushkin, Yaroslavl, Russia

P. A. Kornilov

Yaroslavl State Pedagogical University named after K. D. Ushinsky, Yaroslavl, Russia

ABOUT THE SYSTEM OF GAMES IN TEACHING HIGH SCHOOL STUDENTS ALGORITHMS AND MATHEMATICAL STRUCTURES

Abstract

The article considers the issue of increasing the motivation of students to study computer science and mathematics by introducing gamification elements into the educational process. Special attention is paid to the possibility of introducing computer games into the educational process as part of extracurricular activities in computer science. A brief overview of the training software environment developed by the authors is given, containing a set of paired finite mathematical games ("Determinant", "24 cards", "Even", "The Bachet's game", "The Bergson's matches", "The Kayles' game", "Nim"). The authors indicate the possibility of using the developed system of games to prepare students for the state final certification in computer science in the 11th grade. The main approaches to solving the games listed above, as well as their applications for determining the winning strategies of some other games, are considered. In conclusion, the rationale for the expediency of using the developed educational software environment is given.

Keywords: motivation, gamification, minimax method, Sprague—Grundy numbers, nim-sum, symmetric strategy.

мотивацию. 35 % имеют положительное отношение к школе, что связано с внеучебной деятельностью. У остальных учащихся были выявлены низкий уровень школьной мотивации и негативное отношение к школе.

Однако мотивированием как процессом можно управлять [6]. Согласно исследованиям ученых, чем выше уровень мотивации учащегося к изучению того или иного предмета, тем лучше качество его обучения.

По данным, предоставленным Марком Пренски, руководителем американской компании Games2train и разработчиком игр, среднестатистический ученик тратит менее 5000 часов своей жизни на чтение книг и более 50 000 — на видеоигры (по [9]). Во многом это связано с тем, что новое поколение находится под воздействием цифровых технологий с самого рождения. Поэтому преподавателям необходимо идти в ногу со временем, цифровая революция образования неизбежна. В школах учителя используют в работе компьютеры, интерактивную доску и интернет, что требует умения обращаться к цифровым материалам, веб-сайтам и другим ресурсам. Компьютерные игры также могут стать важной частью образовательного процесса.

Старшеклассники, как правило, обладают высоким уровнем мотивации при прохождении игры. Согласно психологическим особенностям подростков, свои умственные способности они направляют на те сферы деятельности, которые им интересны. Следовательно, внедрение компьютерных обучающих игр в образовательный процесс в виде источника знаний и средства контроля повысит мотивацию учащихся, а вследствие этого и качество обучения.

Внедрение игр в образовательный процесс постоянно расширяется. ИТ-специалисты совместно с педагогами разрабатывают обучающие игры по различным предметам. Поскольку в современном мире компьютер есть практически в каждом доме, учащемуся не составит труда установить необходимую обучающую игру на домашний ПК. Но, говоря о внедрении игр в образовательный процесс, мы подразумеваем их использование в рамках урока.

В частности, подразумевается разработка учебной программной среды для учащихся старших классов, содержащей набор математических игр. Такая программная среда была создана авторами данной статьи.

2. Основные особенности учебной программной среды с набором математических игр

В своей основе большинство алгоритмов выигрышных стратегий отобранных нами игр имеют базовые школьные математические структуры. Использование разработанной системы игр на внеурочных занятиях по информатике позволит повысить интерес учащихся и их мотивацию при изучении информатики и математики.

Отдельно хотелось бы отметить целесообразность использования разработанной программной среды при подготовке учащихся к государственной итоговой аттестации в XI классе. Компьютерный единый государственный экзамен (далее КЕГЭ) по информатике в 2020/2021 учебном году включал в себя задания, требующие умения анализировать алгоритм логической игры

(задание № 19), найти выигрышную стратегию игры (задание № 20), построить дерево игры по заданному алгоритму и найти выигрышную стратегию (задание № 21) [8, с. 10]. Игры, включенные в содержание КЕГЭ по информатике, являются парными и конечными.

Для разработки учебной программной среды были подобраны **парные конечные математические игры**. Цель каждой игры — поиск и анализ выигрышной стратегии. Каждая игра, представленная в учебной программной среде, дает возможность учащимся разработать и запрограммировать выигрышную стратегию (с последующим проведением турнира процедур на базе уже имеющейся оболочки) на основе знаний, полученных на уроках информатики и математики. Стоит отметить, что каждая игра предполагает возможность создания алгоритма, в соответствии с которым ходы будут производиться случайным образом, это дает возможность участия в создании стратегии игры ученику как с высоким, так и с низким уровнем предметной подготовки. В свою очередь, элемент игры призван мотивировать учащихся к победе, а именно к актуализации знаний, поиску и изучению нового материала.

Разработанная программная среда включает в себя семь парных конечных математических игр:

- «Определитель»;
- «24 карты»;
- «Чёт»;
- «Игра Баше»;
- «Спички Бергсона»;
- «Игра Кейлеса»;
- «Ним».

В каждой из перечисленных игр алгоритм выигрышной стратегии не только реализован, но и визуализирован.

В программной среде представлены различные разделы игр (демонстрационный, с подсказками, обучающий), режимы игры («человек — человек», «человек — компьютер», «компьютер — человек»), приведен справочный материал для каждой игры.

Рассмотрим игры, представленные в программной среде, и подходы к решению этих игр.

3. Критерий Вальда (алгоритм «минимакс»)

Критерий Вальда ориентирует на получение максимального выигрыша при наиболее неблагоприятных обстоятельствах. По данному критерию за оптимальную принимается стратегия, которая в наихудших условиях гарантирует максимальный выигрыш. Для принятия оптимального решения алгоритму необходимо оценивать возможные ходы.

Для решения данной игры на компьютере строится дерево игровых ситуаций в соответствии с методом «минимакс». В данном случае вершиной дерева является состояние игровой доски, которую требуется заполнить в контексте алгоритма единственным ходом игрока А, называемым **максимизирующим**. Каждый из возможных вариантов порождает новые гипотетические ситуации, результат которых зависит от хода игрока В, называемого **минимизирующим**. Оценивание и возврат результатов происходят снизу вверх — от «листьев»

к «корню» (см., например, рис. 2), причем максимизирующий игрок ожидает получить максимально возможную оценку, а минимизирующий — наоборот [5].

Игра «Определитель».

Правила игры.

Играют двое — игроки А и В. Они по очереди вписывают в таблицу размером 3×3 числа от 1 до 9 (каждое число должно быть использовано). Когда таблица заполнена, подсчитывают две суммы: сумму SA произведений по строкам и сумму SB произведений по столбцам. Если $SA > SB$, то выигрывает игрок А; если $SA < SB$, то выигрывает игрок В.

Описание алгоритма.

Оценить игровую ситуацию можно, определив цену игры, которая в игре «Определитель» является разницей суммы произведений по строкам и суммы произведений по столбцам. Для первого игрока, который стремится набрать максимум из суммы произведений по строкам, эта разность должна быть максимальной, для второго игрока, наоборот, минимальной.

Алгоритм заключается в рассмотрении всех возможных исходов, опирающихся на цену игры (максимальную для первого игрока и минимальную для второго). В связи с этим, делая, например, нечетный ход — ход первого игрока, компьютер выбирает максимум из минимумов следующего четного хода противника. Минимум выбирается из максимумов следующего нечетного, и т. д.

На рисунке 1 приведен фрагмент игры в режиме «компьютер — человек». После шестого хода, который сделал человек, в доступе компьютера осталось три числа — 6, 7, 8. На рисунке 1 мы можем увидеть, какой вариант седьмого хода выбрал компьютер (6).

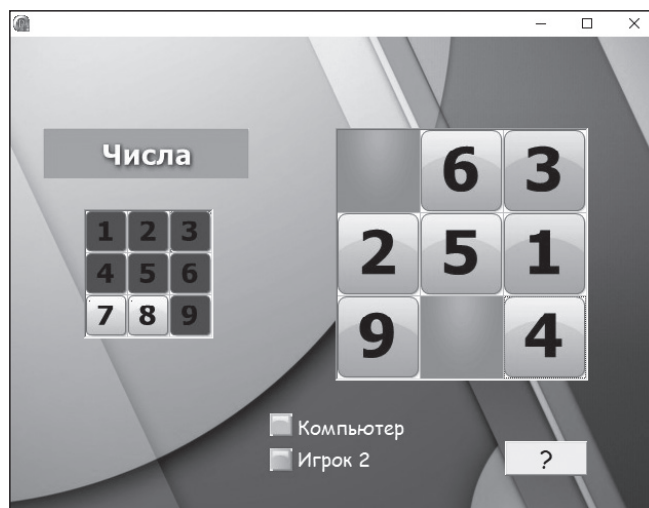


Рис. 1. Игра «Определитель». Демонстрационный режим «компьютер — человек»

В таком случае задача машины — набрать максимум из суммы произведений по строкам, на данном ходе производится поиск максимальной цены игры. Возможны девять вариантов. На рисунке 2 рассматривается дерево игровых ситуаций для данного примера. Нужная нам ветка дерева обозначена красным цветом (вторая слева), зеленым цветом выделены незаполненные до седьмого хода ячейки. Также для каждого варианта указана цена игры. Здесь наиболее наглядно представлен метод «минимакс».

Более подробно ознакомиться с алгоритмом решения игры «Определитель» можно в статье [2].

Помимо описанной игры алгоритм «минимакс» используется при решении всем известной игры «Крестики-нолики» (ее решении приведено в статье [5]).

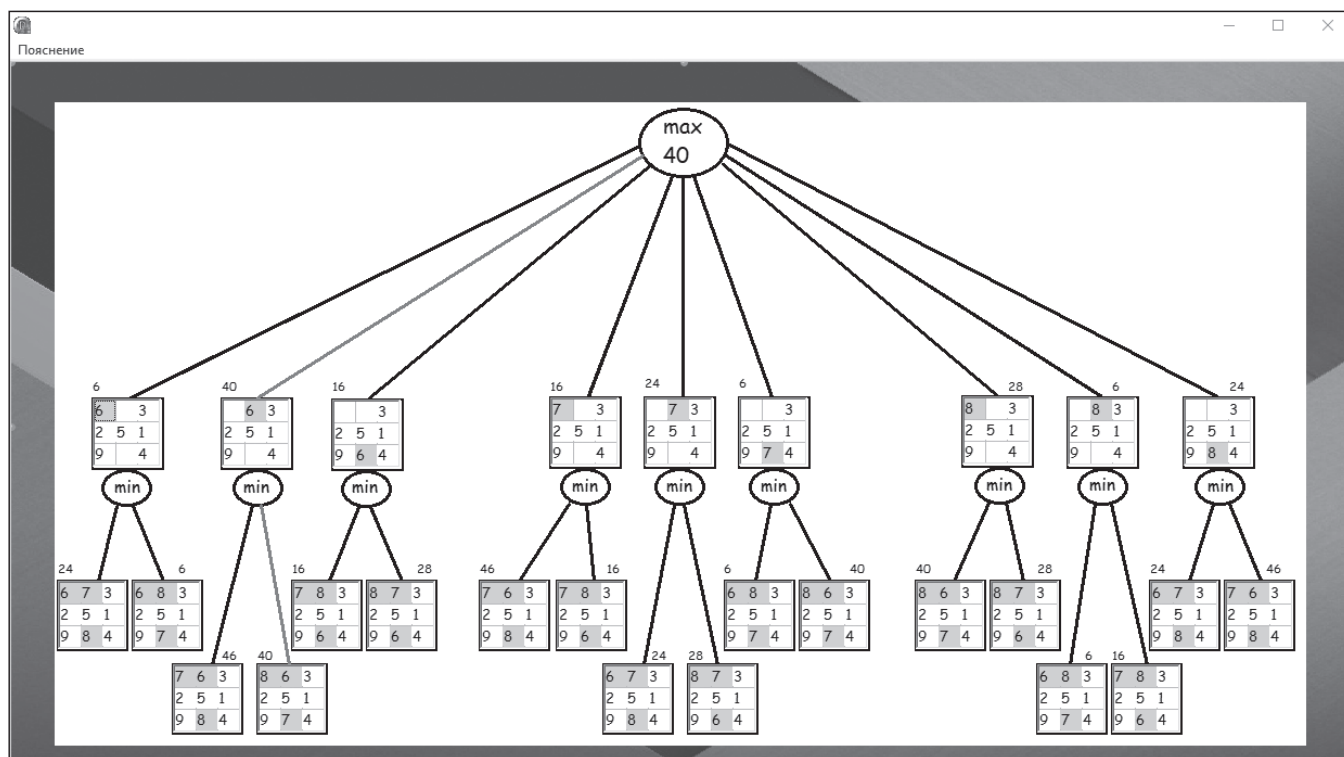


Рис. 2. Игра «Определитель». Дерево игровых ситуаций

4. Теория Шпрага—Гранди

Теория Шпрага—Гранди описывает так называемые *равноправные игры двух игроков*, т. е. игры, в которых разрешенные ходы и выигрышность/проигрышность зависят только от состояния игры. От того, какой именно из двух игроков ходит, не зависит ничего, т. е. игроки полностью равноправны. Кроме того, предполагается, что игроки располагают всей информацией (о правилах игры, возможных ходах, положении соперника). Также предполагается, что игра конечна, т. е. при любой стратегии игроки рано или поздно придут в проигрышную позицию, из которой нет переходов в другие позиции. Эта позиция является проигрышной для игрока, который должен делать ход из этой позиции. Соответственно, она является выигрышной для игрока, пришедшего в эту позицию. Понятно, что ничейных исходов в такой игре не бывает.

Шпраг и Гранди предложили (соответственно в 1936 и 1939 годах) связывать с каждой игровой позицией неотрицательное целое число следующим образом [1, с. 127–128]:

- выигрышающей позиции сопоставляется ноль;
- данной игровой позиции сопоставляется наименьшее неотрицательное целое, отличающееся от чисел, связанных с позициями, которые могут быть достигнуты за один ход, исходя из данной.

Из позиции ноль существуют ходы только в ненулевую позицию. Из ненулевой позиции существует хотя бы один ход в позицию ноль.

Игра «Чёт».

Правила игры.

Играют двое. Из N монет (N обязательно нечетное) играющие поочередно берут не менее одной и не более четырех штук. Выигрывает тот, у кого по окончании игры окажется четное количество монет.

Описание алгоритма.

В игре «Чёт» позиция может быть охарактеризована количеством монет, оставшихся на столе. При этом необходимо учитывать четность монет у каждого игрока после каждого хода.

Для решения игры с помощью чисел Шпрага—Гранди перед началом игры необходимо полностью заполнить массив всевозможных игровых позиций. В игре «Чёт» для хранения игровых позиций требуется завести двумерный массив. Индекс столбца будет соответствовать количеству монет, оставшихся на столе, а индекс строки — отвечать за четность (строка с индексом 0 — четное количество монет у игрока, сделавшего ход, строка с индексом 1 — нечетное количество монет). Заполнение массива начинается с «оконченной игры», при этом, пока полностью не заполнен столбец, к следующему переходить нельзя. Выигрывающая позиция соответствует элементу массива $SG[0, 0]$ (на столе монет не осталось, у игрока четное количество монет). Далее необходимо заполнить элемент массива $SG[1, 0]$, который равен, например, единице (позиция является проигрышной, так как у игрока по окончании игры остается нечетное количество монет). Последующее заполнение массива происходит в соответствии с теорией Шпрага—Гранди по столбцам.

Рассмотрим заполнение массива на примере $N = 13$. Вспомним, что данной игровой позиции сопоставляется наименьшее неотрицательное целое, отличающееся от чисел, связанных с позициями, которые могут быть достигнуты за один ход, исходя из данной. Таким образом, в первую очередь необходимо заполнить первый столбец нашего двумерного массива SG .

$SG[0, 0] = 0$ — выигрышающей позиции сопоставляется число 0 (на столе монет не осталось, у игрока *четное* количество монет).

$SG[1, 0] = 1$ — данная позиция является проигрышной (на столе монет не осталось, у игрока *нечетное* количество монет). Такой игровой позиции сопоставляется целое неотрицательное число, отличное от 0, например 1. Далее заполняем весь массив SG по столбцам.

$SG[0, 1] = 0$, так как единственная позиция, которая может быть достигнута за один ход, исходя из данной, это позиция $SG[1, 0] = 1$ (на столе одна монета, у соперника *четное* количество монет, у игрока *четное*).

$SG[1, 1] = 1$, так как единственная позиция, которая может быть достигнута за один ход, исходя из данной, это позиция $SG[0, 0] = 0$ (на столе одна монета, у соперника *нечетное* количество монет, у игрока *нечетное*).

$SG[0, 2] = 2$, так как позиции, которые могут быть достигнуты за один ход, исходя из данной, это позиции $SG[0, 1] = 0$ и $SG[1, 0] = 1$ (на столе две монеты, у соперника *четное* количество монет, следовательно, у игрока *нечетное*).

$SG[1, 2] = 2$, так как позиции, которые могут быть достигнуты за один ход, исходя из данной, это позиции $SG[1, 1] = 1$ и $SG[0, 0] = 0$ (на столе две монеты, у соперника *нечетное* количество монет, у игрока *четное*).

И так далее до тех пор, пока мы не получим заполненный массив. Пример заполнения массива SG пошагово визуализирован в учебной программной среде.

На рисунке 3 приведен фрагмент игры в демонстрационном режиме «человек — компьютер». В нижней части рисунка представлен заполненный массив. Красным цветом выделена позиция, в которой оказался компьютер ($SG[0, 15] = 3$). Светло-зеленым цветом выделены позиции ($SG[0, 11] = 1$, $SG[1, 12] = 1$, $SG[1, 14] = 2$), которые могут быть достигнуты из данной. Задача компьютера — находясь в ненулевой ячейке, выбрать нулевую. Для лучшего понимания алгоритма пользователь может отследить по шагам, исходя из чего компьютер выбирает ту или иную ячейку. Таким образом, компьютер берет две монеты, что приводит его в элемент $SG[0, 13] = 0$. Этот элемент выделен на рисунке зеленым цветом.

Если же компьютер сам оказался в нулевой позиции, то лучшего хода не существует, компьютер находится в проигрышной позиции, поэтому ход выбирается случайным образом.

Числа Шпрага—Гранди также используются при решении:

- «Игры Баше», где необходимо построить одномерный массив;
- игры «24 карты», где строится шестимерный массив (ознакомиться с алгоритмом решения игры «24 карты» можно в статье [3]).

Помимо этого числа Шпрага—Гранди используются при создании выигрышных стратегий в игре «Спички»

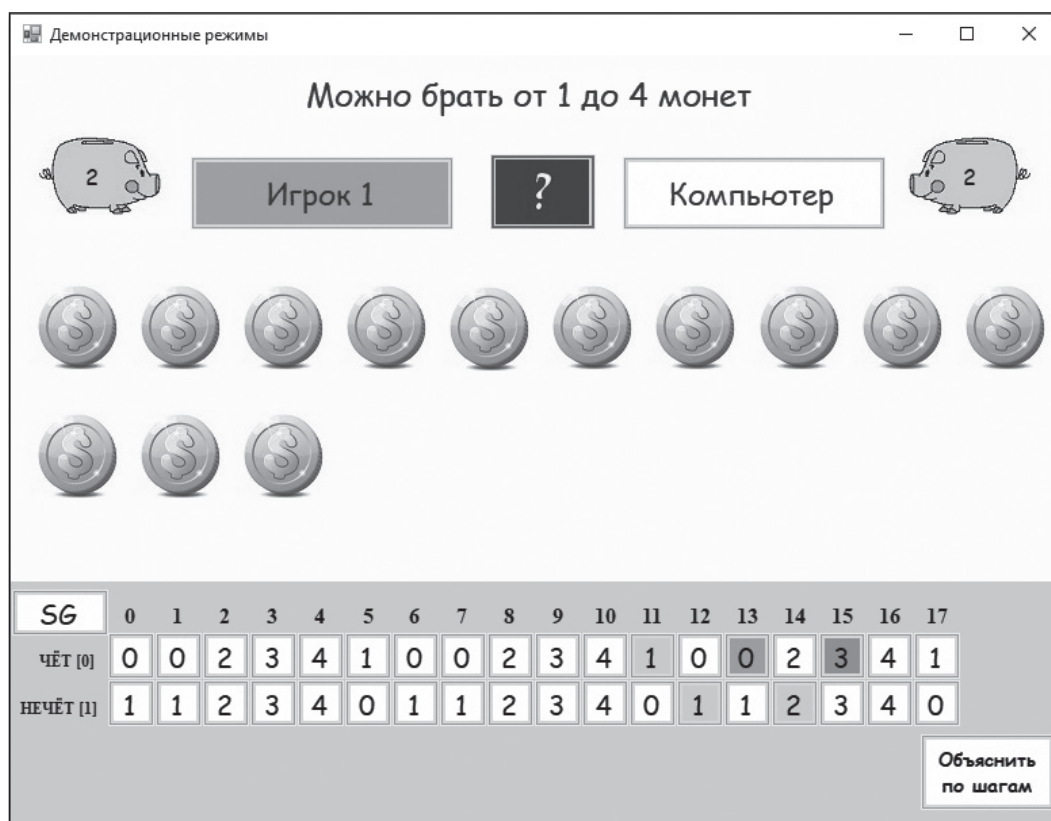


Рис. 3. Игра «Чёт». Демонстрационный режим «человек — компьютер»

Бергсона» и в «Игре Кейлеса». Однако стоит отметить, что при решении игры «Спички Бергсона» помимо чисел Шпрага—Гранди используется последовательность Фибоначчи, а для решения «Игры Кейлеса» — ним-сумма. Ниже можно ознакомиться с правилами упомянутых игр.

Правила «Игры Баше».

Играют двое. Из N спичек играющие поочередно берут не менее одной и не более K штук. Проигрывает тот, кто вытаскивает последнюю спичку.

Правила игры «24 карты».

Играют двое. На столе 24 карты достоинством от 1 до 6 (масть не имеет значения). Каждый игрок на своем ходе может взять со стола любую карту. Карта суммируется с общим количеством взятых со стола карт. Победит тот, кто на своем ходе наберет ровно 50 очков или заставит противника набрать больше 50 очков.

Правила игры «Спички Бергсона».

Играют двое. На столе лежит кучка спичек. На первом ходе игрок может взять любое отличное от нуля количество спичек, но не брать последнюю. На каждом следующем ходе игрок не может взять спичек больше, чем удвоенное количество спичек, взятое предыдущим игроком. Побеждает тот игрок, который возьмет последнюю спичку.

Правила «Игры Кейлеса».

На столе имеется ряд, состоящий из N карандашей. Каждый игрок на своем ходе вынимает либо какой-то один карандаш, либо два смежных (лежащих рядом) карандаша. Это может разбить ряд на несколько небольших групп. Выигрывает тот, кто берет последний карандаш.

5. Ним-сумма

Ним-сумма представляет собой результат сложения чисел в двоичной системе счисления без учета переноса разрядов, т. е. сложение двоичных разрядов чисел в поле вычетов по модулю 2 или исключающее ИЛИ (XOR). Исключающее ИЛИ будет иметь следующий вид:

A	B	A xor B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Попробуем разобраться с принципом применения ним-суммы на примере игры «Ним».

Игра «Ним».

Правила игры.

Игра для двоих. На столе пять кучек, в каждой кучке — некоторое количество камней. Каждый из игроков на своем ходе берет столько камней, сколько хочет, но только из одной кучки и обязательно хотя бы один. Выигрывает тот, кто берет последний камень из последней кучки.

Описание алгоритма.

В игре «Ним» каждую комбинацию камней можно назвать либо опасной, либо безопасной. Если позиция, создавшаяся после очередного хода игрока, гарантирует ему выигрыш, она называется безопасной; в противном случае позиция называется опасной. Любую опасную

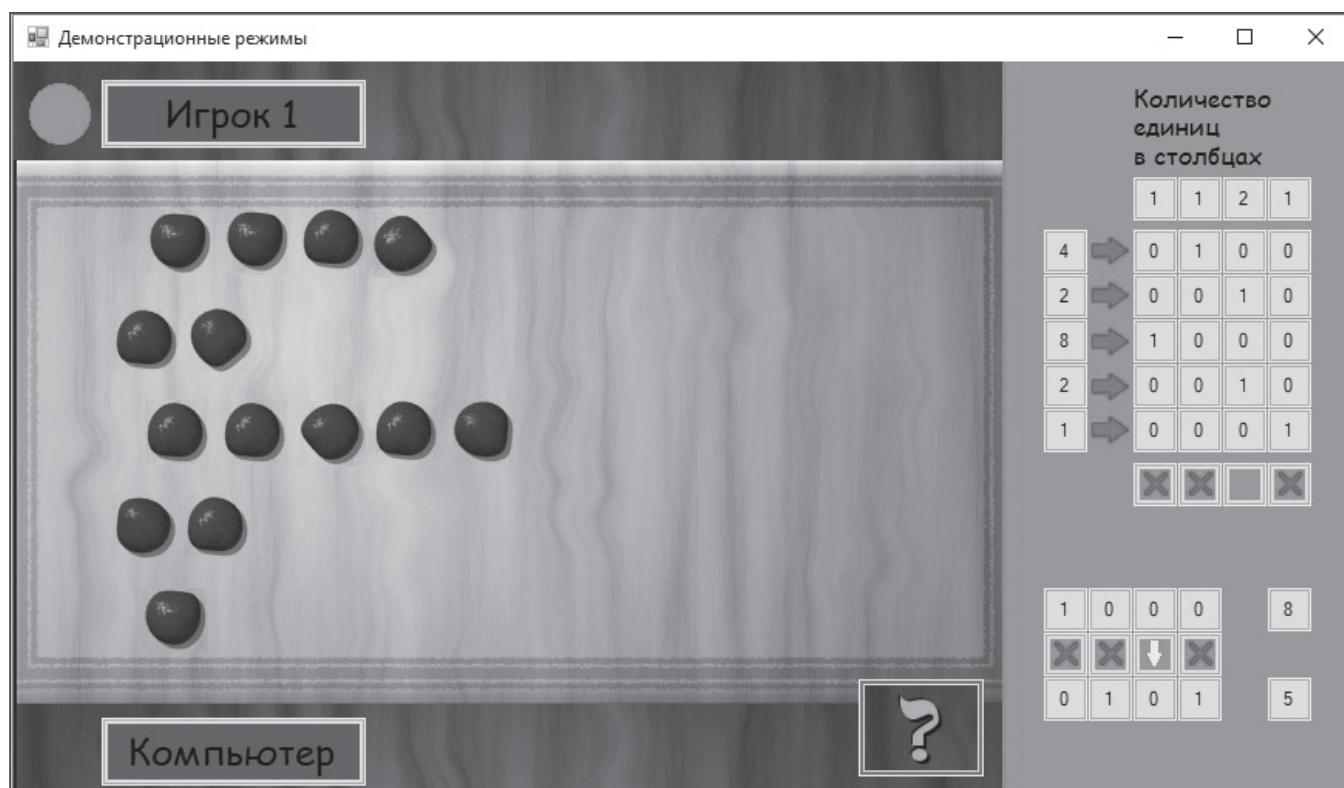


Рис. 4. Игра «Ним». Демонстрационный режим «человек — компьютер»

позицию, сделав соответствующий ход, всегда можно превратить в безопасную. Каждая безопасная позиция становится опасной после любого хода.

Чтобы определить, опасна или безопасна данная позиция, число камней в каждом ряду нужно записать в двоичной системе. Если сумма чисел в каждом столбце (разряде) равна нулю или четна, то позиция безопасна, если же сумма нечетна хотя бы в одном разряде, то позиция опасна.

Рациональная игра заключается в том, чтобы каждый раз превращать опасную позицию в безопасную. Рассмотрим, как это сделать с помощью двоичной системы счисления [4, с. 166–177].

На рисунке 4 приведен фрагмент игры в демонстрационном режиме «человек — компьютер».

Мы видим пять рядов камней:

- 4 камня — в первом ряду;
- 2 — во втором;
- 5 — в третьем;
- 2 — в четвертом;
- 1 — в пятом.

Именно такая позиция сложилась после хода компьютера. Справа визуализирован алгоритм действий компьютера по превращению опасной позиции в безопасную.

Изначально в третьем ряду было 8 камней. После записи количества камней в каждом ряду в двоичной системе был найден самый левый столбец с нечетной суммой цифр (первый столбец). Изменив любой ряд с единицей в этом столбце, можно превратить позицию в безопасную. В данном случае такой ряд всего один и соответствует числу 8.

Прделаем над числом 8 такую операцию: те цифры двоичной записи этого числа, под которыми оказались

крестики, заменим на противоположные (0 на 1 и 1 на 0), остальные цифры оставим без изменения [7].

Получилась двоичная запись числа 5. Компьютер совершает ход, оставив в третьем ряду из 8 камней 5, забрав 3.

Если же компьютер окажется в безопасной позиции, то ход совершается случайным образом, так как каждая безопасная позиция становится опасной после любого хода.

В игре «Ним» также может прослеживаться симметричная стратегия.

6. Симметричная стратегия

Иногда удастся придумать выигрышную стратегию, не проводя полного анализа игры. В некоторых играх такая стратегия основана на симметрии. Например: двое игроков кладут одинаковые круглые монеты на прямоугольный стол; монеты могут свешиваться за край (но не должны падать) и не могут перекрываться. Кто не может положить монету, проигрывает. Сдвигать ранее положенные монеты нельзя. В этой игре первый игрок может выиграть, положив свою монету в центр стола, а затем повторяя ходы второго симметрично относительно центра. Если второму игроку удалось положить монету на пустое место так, что она не упала, то есть и пустое симметричное место, куда тоже можно положить монету (и она тоже не упадет). И так далее.

Симметричная стратегия в игре «Ним».

Предположим, играя в «Ним», в какой-то момент игры на столе у нас осталось две кучки с одинаковым количеством камней. Например, и в первой, и во второй кучке по 5 камней. Соперник делает ход. Какое бы

количество камней он ни взял из любой кучки, мы можем взять ровно такое же количество камней из другой, приводя игру в исходное (описанное выше) состояние. Если соперник возьмет два камня из первой кучки, мы возьмем два камня из второй, тогда на столе останется две кучки, в каждой из которых будет по три камня. Если соперник берет один камень, мы также берем один камень, но из другой кучки. И так до тех пор, пока мы не заберем последний камень из последней кучки, тем самым одержав победу (см. правила игры). Итак, симметричное повторение ходов соперника в данном случае является выигрышной стратегией, нет необходимости проводить полный анализ игры.

Симметричная стратегия в «Игре Кейлеса».

«Игра Кейлеса» имеет нетривиальное решение (правила игры описаны выше). В общем виде игра решается с помощью чисел Шпрага—Гранди и ним-суммы. Однако первый игрок может выиграть, разбив ряд карандашей на два равных ряда, а затем повторять ходы второго симметрично относительно центра.

7. Заключение

Использование разработанной учебной программной среды способствует:

- повышению интереса школьников и их мотивации при изучении информатики и математики;
- формированию познавательных УУД;
- формированию умения анализировать алгоритм логической игры;
- формированию умения найти выигрышную стратегию игры;
- формированию умения построить дерево игры по заданному алгоритму и найти выигрышную стратегию;
- развитию навыков программирования;
- актуализации знаний о числах Фибоначчи, арифметической и геометрической прогрессиях, двоичной системе счисления и арифметических операциях в ней;
- освоению методов решения математических игр (числа Шпрага—Гранди, метод «минимакс», расчет ним-суммы);
- развитию критического мышления;
- развитию навыков создания алгоритмов деятельности при решении проблем творческого и поискового характера.

Подводя итог, можно сказать, что разработанная система игр является успешным способом организации обучения, которое способствует самостоятельному активному стремлению учащихся к получению знаний. Таким образом, геймификация помогает раскрыть творческие способности учеников и мотивирует самообразование.

Список использованных источников

1. Арсак Ж. Программирование игр и головоломок. М.: Наука. Гл. ред. физ. мат. лит., 1990. 224 с.
2. Бабошина А. В., Корнилов П. А. Алгоритм решения конечных игр на примере игры «Определитель» // Постулат: электронный журнал. 2017. № 5. <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/view/534/554>
3. Бабошина А. В., Корнилов П. А. Различные подходы к решению конечных игр // Постулат: электронный журнал. 2017. № 11. <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/view/919/945>
4. Гарднер М. Математические головоломки и развлечения / пер. с англ. Ю. Данилова. М.: АСТ; Зебра Е, 2010. 640 с.
5. Жданов Н. А., Бурханова Ю. М., Воронцов Ю. О. Алгоритм «минимакс» и его реализация на примере игры «крестики-нолики» // Политехнический молодежный журнал МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2019. № 5. DOI: 10.18698/2541-8009-2019-05-482
6. Петунин О. В. Отбор содержания изучаемого материала и проблема мотивации старшеклассников к учебной деятельности // Вестник Череповецкого государственного университета. 2016. № 2 (71). С. 117–120.
7. Пискарев А. В. Игра «Ним». Оценка игровой ситуации. Алгоритм игры // Компьютерные инструменты в образовании. 2001. № 1. С. 87–89.
8. Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2021 году единого государственного экзамена по информатике и ИКТ (в ред. Федерального института педагогических измерений от 02.12.2020). https://inf-ege.sdamgia.ru/doc/spec/21sp1lege_inf.pdf
9. Сульгина Е. Г., Вьюхина А. К. Компьютерные игры как инструмент обучения, их роль в саморазвитии учащегося // Вестник науки и образования: электронный журнал. 2016. № 6. <http://scientificjournal.ru/images/PDF/2016/VNO-18/kompyuternye-igry-kak-instrument.pdf>
10. Чеснокова Т. Д., Севостьянова Е. П. Исследование уровня школьной мотивации старшеклассников // Современные научные исследования и инновации: электронный журнал. 2016. № 11. <https://web.snauka.ru/issues/2016/11/72990>