



Е. А. Мирончик,

лицей № 111, г. Новокузнецк, Кемеровская область

МЕТОД ОТОБРАЖЕНИЯ — ВИДИМАЯ ЧАСТЬ АЙСБЕРГА

Аннотация

В статье рассматривается метод решения задания 23 ЕГЭ по информатике и ИКТ. Одним из самых популярных методов решения систем логических уравнений является метод отображения, но зачастую его применяют только для узкого круга систем, а между тем возможности метода значительно шире. Основой метода отображений, используемого для вычисления количества решений логического уравнения или системы логических уравнений, является выстраивание зависимости при добавлении уравнений или изменении самого уравнения. Выявленная зависимость оформляется в виде многодольного ориентированного графа. Построение оптимального графа и есть самое интересное в этом задании, что позволяет оценить много тем, проверяемых на ЕГЭ, но только при условии перевода этого задания из тестовой части в часть с развернутым ответом.

Ключевые слова: логическая переменная, система логических уравнений, метод отображения, логические операции, граф, узел, ребро, дуга, ориентированный граф, многодольный граф, прямой и обратный просчет, ЕГЭ.

DOI: 10.32517/2221-1993-2019-18-10-41-50

После появления на ЕГЭ по информатике и ИКТ задания о количестве решений системы логических уравнений это задание не изменялось. Но сообщество учителей творчески подошло к этому заданию и предложило множество разнообразных систем чуть сложнее, чем самые сложные [7]. И эти новые сложные системы не всегда могут быть решены битовыми цепочками [8] или заменой переменных [6], а полный перебор всех вариантов мы не рассматриваем как метод решения, ввиду того что слишком трудоемко построить таблицу истинности или полное дерево решений из-за большого числа решений. На практике оказалось, что метод отображения является самым надежным и дает простор для творческого решения [3]. Если бы я сейчас давала название этому методу, то в названии на 100 % присутствовал бы термин «многодольный граф». Но название «метод отображения» прижилось, хоть и отражает только часть возможностей метода. Это как видимая часть айсберга — все самое интересное не в названии, вся мощь айсберга спрятана под водой.

Если проследить за выполняемыми операциями при решении систем логических уравнений или одного уравнения, то у задания 23 огромный потенциал: отслеживая решение, можно фиксировать степень усвоения материала за пределами раздела логики, и данное задание может

заменить часть других заданий ЕГЭ. Но это невозможно, если не устранить основной его недостаток — задание по-прежнему находится в тестовой части, а значит, не позволяет однозначно квалифицировать ошибку. Для верного решения системы логических уравнений необходимо выполнить значительное количество мыслительных операций — в части логических преобразований, выстраивания связей, учета особых условий и еще элементарной арифметики и умения сосредоточиться и сохранить внимание на протяжении четырех часов экзамена. А оценивается оно в один первичный балл, что может дать от 1 до 6 вторичных баллов, в зависимости от того, сколько всего заданий выполнил ученик, — высшая несправедливость оценивания выпускника. Между тем есть задания, которые проверяют то же самое, но на «искусственных» примерах с привлечением исполнителей и анализа изменений готового графа.

Идея подсчета количества решений системы тесно перекликается с решением задачи о подсчете количества маршрутов на ориентированном графе. Рассмотрим, как влияет на ответ изменение направлений дуг графа. Например, дан ориентированный граф (рис. 1).

Требуется подсчитать количество маршрутов от точки А до точки С. На данном графе выделяются три

Контактная информация

Мирончик Елена Александровна, учитель информатики, лицей № 111, г. Новокузнецк, Кемеровская область; адрес: 654007, Кемеровская область, г. Новокузнецк, ул. Кирова, д. 35а; e-mail: mironch-elena@yandex.ru

Е. А. Mironchik,

Lyceum 111, Novokuznetsk, Kemerovo Region

MAPPING METHOD — VISIBLE PART OF ICEBERG

Abstract

The article discusses the method of solving the task 23 on the Unified State Examination in informatics (Russian EGE). One of the most popular methods for solving systems of logical equations is the mapping method, but often this method is used only for a narrow circle of systems, however, the capabilities of the method are much more wider and flexible. The basis of the mapping method been used to calculate the number of solutions of a logical equation or a system of logical equations is to build a dependency when adding equations or changing the equation itself. The revealed dependence appears in the form of a multi-part oriented graph. The construction of the optimal graph is the most interesting in this task and allows you to evaluate many topics verified on the Unified State Exam, but only if this task is transferred from the test phase to the phase with a detailed answer.

Keywords: logical variable, system of logical equations, mapping method, logical operations, graph, node, edge, arc, oriented graph, multi-part graph, forward and backward miscalculation, Unified State Exam.

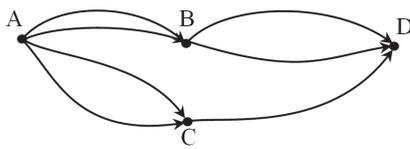


Рис. 1

доли {A}, {B, C} и {D}. Подмножество вершин будет являться долей, если не существует ребра, соединяющего две вершины из этого подмножества. Доля {A} связана с долей {B, C}, а доля {B, C}, в свою очередь, — с долей {D}. Решение можно разбить на решение двух локальных простых задач. Разбиение большой задачи на простые маленькие напоминает программирование с использованием процедур.

Изменение направления дуг графа на рисунке 1 не изменит полученные доли, и количество различных маршрутов от A к D совпадет с количеством маршрутов от D к A. Получаем обратный просчет графа на рисунке 1 (рис. 2).

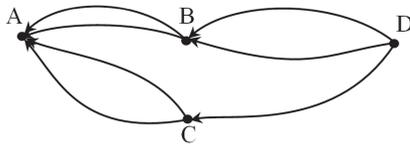


Рис. 2

Заметим, что общее количество маршрутов равно сумме числа маршрутов, проходящих отдельно через B и через C. Немного упрощенный процесс подсчета — просчет к центру (рис. 3).

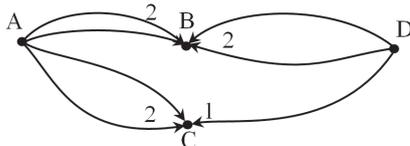


Рис. 3

Слева в узел B ведут два разных маршрута, справа — тоже два. Через узел B проходит $2 \cdot 2 = 4$ маршрута. Через узел C — $2 \cdot 1 = 2$ маршрута, итого имеем: $4 + 2 = 6$ маршрутов. Изменение направления просчета позволяет подобрать оптимальный вариант (с минимальным количеством вычислений) для решения логических систем и уравнений.

В данной статье мы разберем такие системы, в которых построение графа является ключевым моментом решения. Следует особо отметить, что при выделении долей графа не должно быть ребер, идущих в обход одной из долей.

Рассмотрим алгоритм решения.

1. Упростить выражения.
2. Выстроить связи между уравнениями (выражениями).
3. Построить многодольный граф решения.
4. Удалить узлы, не соответствующие особым условиям.
5. Разработать оптимальный алгоритм просчета.
6. Выполнить арифметические вычисления.

При записи выражений будем использовать знак умножения « \cdot » для конъюнкции (\wedge) и знак сложения « $+$ » для дизъюнкции (\vee).

Задание 1 [7].

Найдите количество решений системы логических уравнений.

$$\begin{cases} (x_1 + x_2) \cdot (x_3 \oplus x_4) = 1; \\ (x_3 + x_4) \cdot (x_5 \oplus x_6) = 1; \\ (x_5 + x_6) \cdot (x_7 \oplus x_8) = 1; \\ (x_7 + x_8) \cdot (x_9 \oplus x_{10}) = 1; \\ (x_1 \rightarrow x_5) \cdot (x_4 \rightarrow x_8) \cdot (x_2 \rightarrow x_9) = 1. \end{cases}$$

Решение.

Первое и второе уравнения содержат утверждения о переменных x_3 и x_4 . То есть можно утверждать, что истинным должны быть выражения $(x_3 \oplus x_4)$ и $(x_3 + x_4)$. Множество решений уравнения $x_3 \oplus x_4 = 1 - \{01, 10\}$ — включено в множество решений уравнения $x_3 + x_4 = 1 - \{01, 10, 11\}$. Но так как должны выполняться оба условия, то уравнение $x_3 + x_4 = 1$ можно убрать из рассмотрения. А также следует удалить из системы выражения $(x_5 + x_6)$ и $(x_7 + x_8)$.

Заменим исходную систему на равносильную, но изменим порядок следования уравнений:

$$\begin{cases} x_5 \oplus x_6 = 1; \\ x_1 \rightarrow x_5 = 1; \\ x_1 + x_2 = 1; \\ x_2 \rightarrow x_9 = 1; \\ x_9 \oplus x_{10} = 1; \\ \dots \\ x_3 \oplus x_4 = 1; \\ x_4 \rightarrow x_8 = 1; \\ x_7 \oplus x_8 = 1. \end{cases}$$

Изменив порядок, мы добились того, что кроме одного случая соседние уравнения связаны через одну переменную. Так, в первом и втором уравнениях есть общая переменная x_5 , и больше она не встречается в других уравнениях. Другие переменные тоже встречаются не более чем в двух соседних уравнениях. Получили две отдельные цепочки связей (рис. 4).

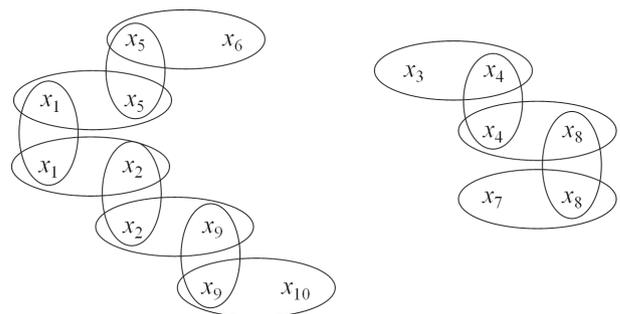


Рис. 4

Тем самым мы определились с долями графа. Каждая переменная может принимать одно из двух значений множества $\{0, 1\}$, и переход осуществляется в другое множество, также включающее в себя два элемента $\{0, 1\}$.

Построим граф нахождения решений данной системы (рис. 5).

Остается выполнить вычисления (рис. 6).

Заметим, что цепочка уравнений разрывается на две независимые друг от друга части. Правильный ответ мог быть получен при решении двух систем. Первая система ограничивает все возможные 1024 набора по

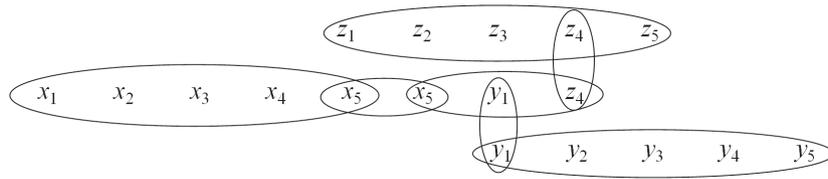


Рис. 9

$y_1 y_2$	$y_1 \rightarrow y_2$	y_3	$(y_1 \rightarrow y_2) + y_3$	y_4	$((y_1 \rightarrow y_2) + y_3) \cdot y_4$	y_5
0 0 1 1	0 1	0 1 0 1	0 1	0 1 0 1	0 1	0 1

Рис. 10

$y_1 y_2$	$y_1 \rightarrow y_2$	y_3	$(y_1 \rightarrow y_2) + y_3$	y_4	$((y_1 \rightarrow y_2) + y_3) \cdot y_4$	y_5
6 12 6 7 13 6	7 6	4 3 3 3	4 3	2 2 2 1	2 1	1 1

Рис. 11

$z_1 z_2$	$z_1 \rightarrow z_2$	z_3	$(z_1 \rightarrow z_2) + z_3$	z_4	$((z_1 \rightarrow z_2) + z_3) \cdot z_4$	z_5
0 0 1 1	0 1	0 1 0 1	0 1	0 1 0 1	0 1	0 1

Рис. 12

$z_1 z_2$	$z_1 \rightarrow z_2$	z_3	$(z_1 \rightarrow z_2) + z_3$	z_4	$((z_1 \rightarrow z_2) + z_3) \cdot z_4$	z_5
1 1 1 1 1 1 1 1	1 3	1 1 1 1	1 7	1·2=2 1·2=2 7·2=14 7·7=7	2 1	1 1

Рис. 13

удалить узлы $y_1 = 0$ и $y_1 = 1$, пройти по графу дважды и тем самым узнать решения, разделенные относительно y_1 . Затем удалить узлы еще дважды, пройти, удаляя узлы $z_4 = 0$ и $z_4 = 1$. Рассмотрим, как можно сократить количество просчетов графа в общем случае.

Заметим, что изменение всех дуг на противоположные в построенном графе не изменит количество «маршрутов продвижения», которые можно построить. Но если «конечным» пунктом продвижения будут узлы $y_1 = 0$ и $y_1 = 1$, мы узнаем разделенные решения относительно переменной y_1 (рис. 10).

Выполним вычисления (рис. 11).

Выполнив обратный просчет графа, получили, что из 25 решений в 12 случаях $y_1 = 0$ и в 13 случаях $y_1 = 1$.

Теперь нам необходимо разделить решения относительно узлов $z_4 = 0$ и $z_4 = 1$. Для этого будем проходить по графу таким образом, чтобы столбец z_4 стал конечным пунктом продвижения. Значит, выполним проход к центру с двух сторон — от z_1 и z_5 (рис. 12).

Выполним вычисления (рис. 13).

В столбце z_4 — четыре строки: в первой и третьей значения $z_4 = 0$, а во второй и четвертой $z_4 = 1$. Сумма соответствующих значений дает разделенные решения относительно z_4 .

$2 + 14 = 16$ — количество решений третьего уравнения при $z_4 = 0$.

$2 + 7 = 9$ — количество решений третьего уравнения при $z_4 = 1$.

Составим граф решения четвертого «связующего» уравнения — $(x_5 \rightarrow y_1) + z_4 = 1$ (рис. 14).

x_5	y_1	$x_5 \rightarrow y_1$	z_4
0	0	0	0
1	1	1	1

Рис. 14

Выполним вычисления (рис. 15).

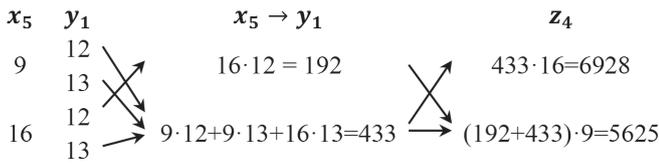


Рис. 15

$6928 + 5625 = 12553.$

Ответ: 12553.

Заметим, что удаление неподходящих узлов тоже не сильно «отодвинет» поиск результата: во всех случаях разделенные решения в сумме дают 25 решений.

Рассмотрим еще одну систему, для которой особенно важно выстраивание связей. Систему предложил Д. Ф. Муфаззалов (УГАТУ) [7].

Задание 4.

Определить количество решений уравнения:

$$\begin{cases} x_1 \rightarrow x_2 = 1; \\ (y_1 \rightarrow y_2) \rightarrow y_3 = 1; \\ ((z_1 \rightarrow z_2) \rightarrow z_3) \rightarrow z_4 = 1; \\ (x_1 \rightarrow y_1) \cdot (y_3 \rightarrow z_3) = 1. \end{cases}$$

Решение.

Для выявления цепочки связующих узлов многодольного графа, соответствующего этой системе, перепишем систему в виде:

$$\begin{cases} x_1 \rightarrow x_2 = 1; \\ x_1 \rightarrow y_1 = 1; \\ (y_1 \rightarrow y_2) \rightarrow y_3 = 1; \\ y_3 \rightarrow z_3 = 1; \\ ((z_1 \rightarrow z_2) \rightarrow z_3) \rightarrow z_4 = 1. \end{cases}$$

Первое и второе уравнения связаны через переменную x_1 , второе и третье — через y_1 , третье и четвертое — через y_3 , последние два уравнения — через z_3 . Эта цепочка определяет доли многодольного графа и диктует необходимые отображения (рис. 16).

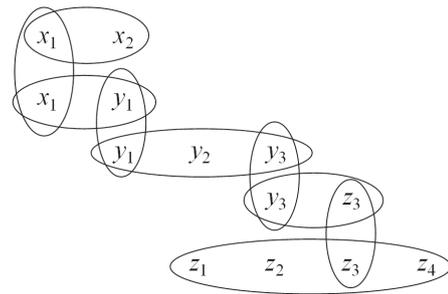


Рис. 16

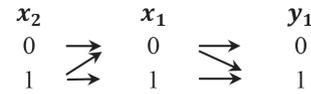


Рис. 17

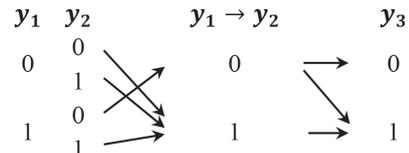


Рис. 18

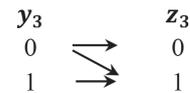


Рис. 19

Первые две доли будут такими (рис. 17).

Граф перехода по третьему уравнению позволит определить переменную y_3 , которая определяет связь между последними двумя уравнениями (рис. 18).

Переход по четвертому уравнению позволит высчитать количество различных значений z_3 (рис. 19).

Если совместить эти доли, то получим граф решения первых четырех уравнений (рис. 20).

Выполним вычисления (рис. 21).

Эти значения будем использовать в графе решения последнего уравнения (рис. 22).

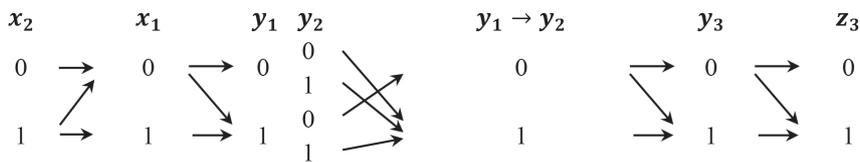


Рис. 20

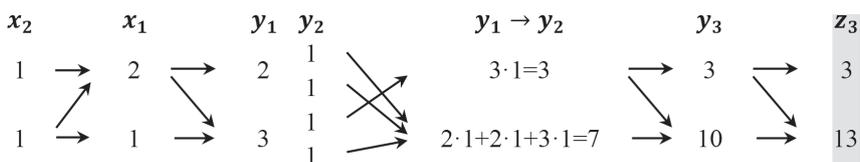


Рис. 21

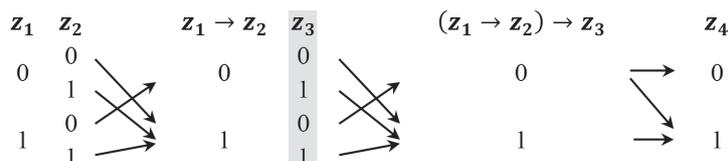


Рис. 22

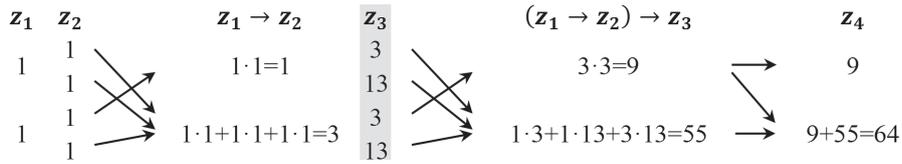


Рис. 23

Выполним последнее вычисление (рис. 23).
 $9 + 64 = 73$.

Ответ: 73.

Это решение не является единственно возможным, изменение стрелок на графе и подсчет можно провести в другом направлении.

Задание 5.

Сколько решений имеет уравнение:

$$((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow ((y_1 \rightarrow y_2) \rightarrow y_3)) \rightarrow (((z_1 \rightarrow z_2) \rightarrow z_3) \rightarrow z_4) = 1?$$

Решение.

В этом задании связаны между собой отдельные выражения относительно x, y и z .

Пусть:

$$\begin{aligned} X &= (x_1 \rightarrow x_2), \\ Y &= (y_1 \rightarrow y_2) \rightarrow y_3, \\ Z &= ((z_1 \rightarrow z_2) \rightarrow z_3) \rightarrow z_4. \end{aligned}$$

Заметим, что, анализируя выражение относительно z , мы найдем решения относительно u и x .

Построим граф решения выражений относительно отдельных переменных (рис. 24).

Выполним вычисления (рис. 25).

Используя значения X, Y и Z из рисунка 25, необходимо еще раз пройти по этой же схеме для окончательного вычисления (рис. 26).

В последнем столбце мы получили количество разделенных относительно 0 и 1 значений выражения $(X \rightarrow Y) \rightarrow Z$. Выражение ложно в 115 случаях и истинно в 397 случаях.

Ответ: 397.

Задание 6.

Очень сложную, на первый, да и на второй взгляд, систему предложил Б. А. Державец:

$$\begin{cases} (x_1 + x_2) \cdot (x_1 \cdot x_2 \rightarrow x_3) \cdot ((x_1 \rightarrow y_1) \rightarrow z_1) = 1; \\ (x_2 + x_3) \cdot (x_2 \cdot x_3 \rightarrow x_4) \cdot ((x_2 \rightarrow y_2) \rightarrow z_2) = 1; \\ (x_3 + x_4) \cdot (x_3 \cdot x_4 \rightarrow x_5) \cdot ((x_3 \rightarrow y_3) \rightarrow z_3) = 1; \\ (x_4 + x_5) \cdot (x_4 \rightarrow y_4) \cdot ((x_5 \rightarrow y_5) \rightarrow z_5) = 1. \end{cases}$$

Решение.

Начнем с «распутывания» связей. В системе много выражений, связанных конъюнктивно. Изображение связей с помощью кругов достаточно сильно перегружает рисунок. Отметим влияние выражений друг на друга с помощью стрелок (рис. 27).

Перейдем к построению графа. Пока не будем уточнять переходы между узлами, оговорим только, что узлами будут множества пар нулей и единиц или одиночные нули и единицы. Сначала определимся с долями графа. Видим, что у нас имеются основная линия, связывающая пары, составленные из переменных x_1, x_2, x_3, x_4 и x_5 , и примыкающие к ним линии

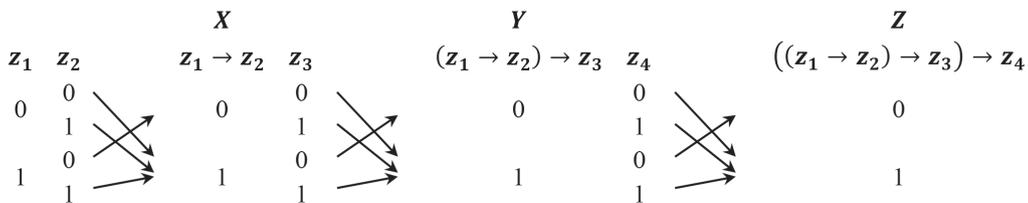


Рис. 24

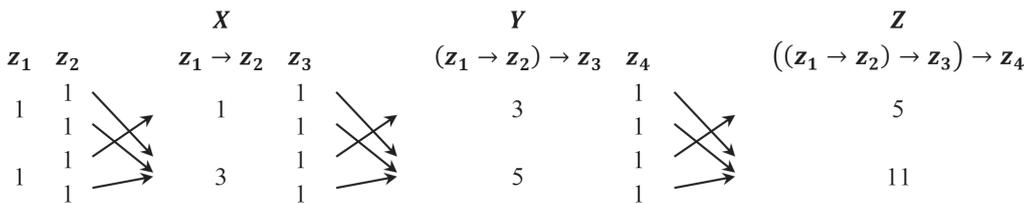


Рис. 25

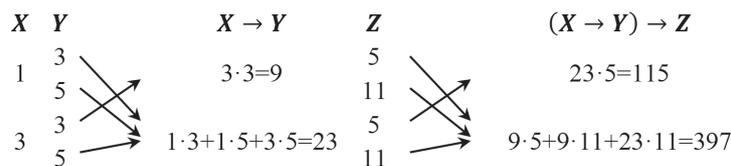


Рис. 26

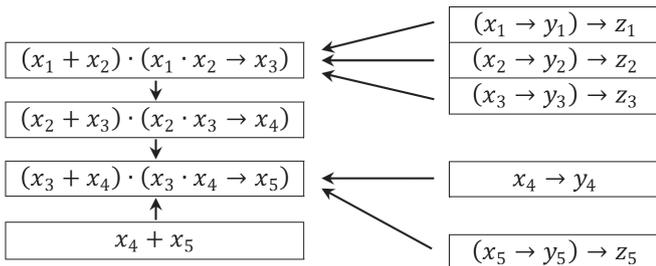


Рис. 27

связи переменных x с переменными y и z с различными индексами (рис. 28).

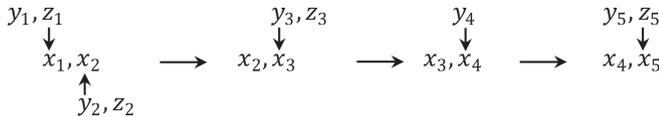


Рис. 28

Перейдем к подробному описанию связи между узлами. На главной линии связи между парами x_1, x_2 и x_2, x_3 подчиняются уравнению: $(x_1 + x_2) \cdot (x_1 \cdot x_2 \rightarrow x_3) = 1$. Переход от x_2, x_3 к x_3, x_4 и от x_3, x_4 к x_4, x_5 просто повторит сделанное отображение. В каждой паре должна быть хотя бы одна единица, т. е. множество узлов по каждой паре на линии X будет $\{01, 10, 11\}$ (рис. 29).

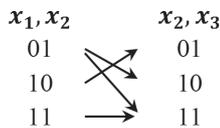


Рис. 29

На графе есть связь y_1, z_1 и x_1 , определяемая уравнением: $(x_1 \rightarrow y_1) \rightarrow z_1 = 1$ (рис. 30).

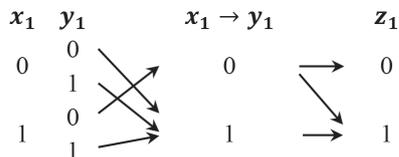


Рис. 30

Для решения нам важно количество отдельных решений относительно x_1 , поэтому выполним обратный подсчет (рис. 31).

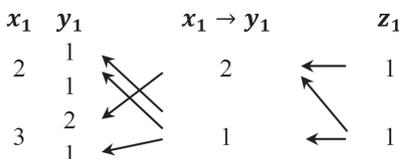


Рис. 31

Имеем: $x_1 = 0$ в двух случаях и $x_1 = 1$ в трех случаях. То есть когда в парах добавляется $x_1 = 0$, мы должны увеличить количество пар в два раза и в три раза при добавлении пары с $x_1 = 1$. Такому правилу подчиняются все x , кроме x_4 . На значение x_4 влияет $x_4 \rightarrow y_4 = 1$. Построим граф в привычном направлении и выполним обратный подсчет (рис. 32).

С учетом описания выполним вычисления (рис. 33). $108 + 24 + 225 = 357$.

Ответ: 357.



Рис. 32

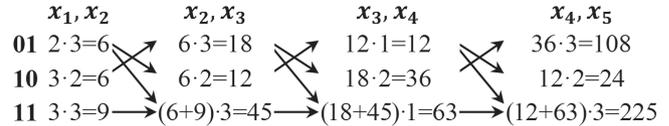


Рис. 33

Задание 7.

Сколько решений имеет система логических уравнений?

$$\begin{cases} ((x_1 \equiv x_2) \equiv x_3) \rightarrow (x_4 + x_5 + x_6) = 1; \\ ((x_4 \equiv x_5) \equiv x_6) \rightarrow (x_7 + x_8 + x_9) = 1; \\ ((x_7 \equiv x_8) \equiv x_9) \rightarrow (x_1 + x_2 + x_3) = 1. \end{cases}$$

Решение.

Первые два уравнения связаны через тройку переменных так же, как второе и третье. Особенностью является то, что система закольцована и третье уравнение содержит переменные, влияющие на первое уравнение. А построенный по всей системе граф будет содержать циклы. Можно построить отображение, в котором перечислим все возможные тройки. Тройки переменных в скобках встречаются в двух вариантах выражений, значения выражений в скобках могут совпасть, т. е. обе скобки будут равны, а могут отличаться. По значениям выражений $((x_1 \equiv x_2) \equiv x_3)$ и $(x_1 + x_2 + x_3)$ разобьем тройки на четыре возможных подмножества:

$x_1 \ x_2 \ x_3$	$((x_1 \equiv x_2) \equiv x_3)$	$(x_1 + x_2 + x_3)$
{000}	0	0
{011, 101, 110}	0	1
{Пустое множество}	1	0
{001, 010, 100, 111}	1	1

Одно из множеств оказалось пустым, т. е. мы имеем три подмножества. Смежные узлы троек 001, 101 и 110 совпадут. Соответственно, можно не рассматривать каждую тройку отдельно, а рассмотреть связи каждого из трех подмножеств.

Перейдем к построению отображения (рис. 34).

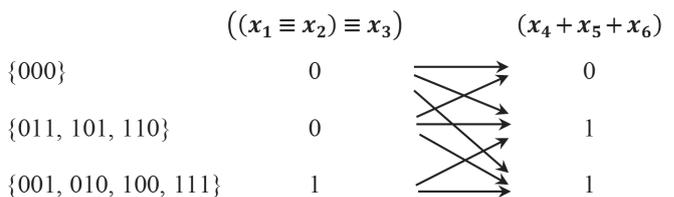


Рис. 34

Узлы многодольного графа, построенного на основе этого отображения, будут «кратными». Выполняя вычисления, необходимо учитывать количество элементов в каждом подмножестве. То есть в схеме вычисления полученные значения надо умножать на количество элементов в соответствующем множестве.

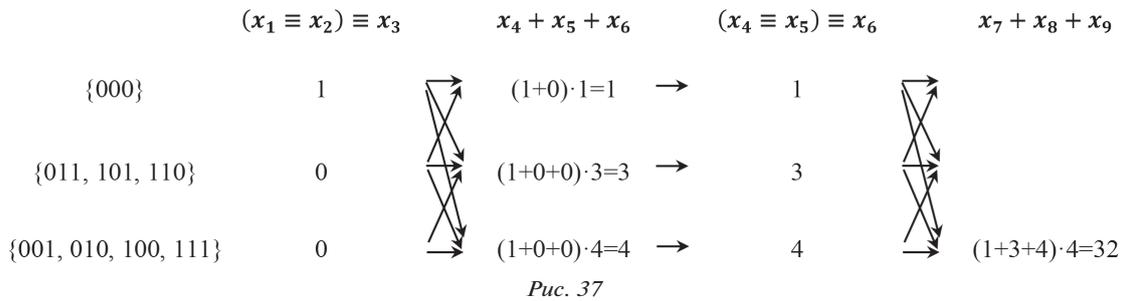
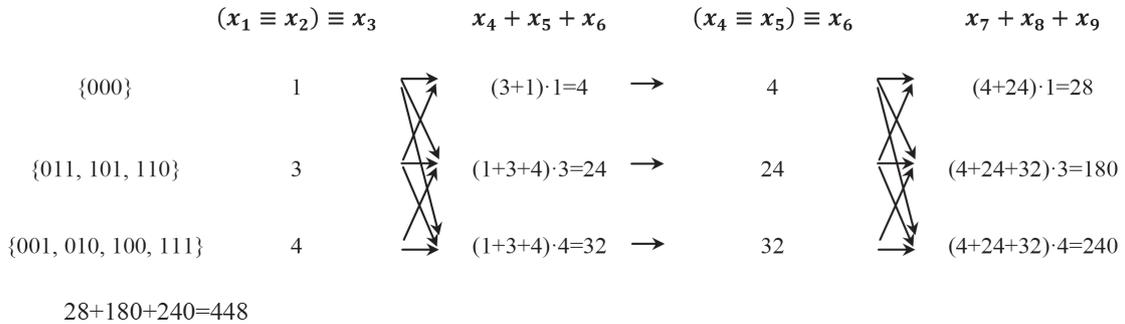
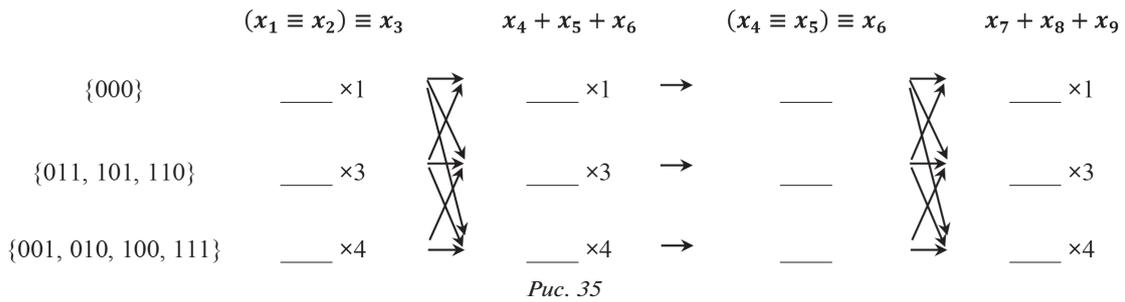


Схема вычисления будет такой, как представлено на рисунке 35.

Вычисления для первых двух уравнений даны на рисунке 36.

Среди этих 448 решений есть решения, которые не удовлетворяют последнему уравнению:

$$((x_7 \equiv x_8) \equiv x_9) \rightarrow (x_1 + x_2 + x_3) = 1$$

Это количество вычисляется по той же схеме, но начинать следует с подмножества {000}, а завершить вычисления в подмножестве {001, 010, 100, 111} (рис. 37).

То есть среди 448 решений не подходят 32.
 $448 - 32 = 416$.

Ответ: 416.

Задание 8 [7].

Сколько решений имеет система уравнений?

$$\begin{cases} (x_1 + x_2) \cdot (x_1 \cdot x_2 \rightarrow y_1) = 1; \\ (x_2 + x_3) \cdot (x_2 \cdot x_3 \rightarrow y_2) = 1; \\ (x_3 + x_4) \cdot (x_3 \cdot x_4 \rightarrow y_3) = 1; \\ (x_4 + x_5) \cdot (x_4 \cdot x_5 \rightarrow y_4) = 1; \\ (x_5 + x_6) \cdot (x_5 \cdot x_6 \rightarrow y_5) = 1; \\ (x_6 + x_7) \cdot (x_6 \cdot x_7 \rightarrow y_6) = 1; \\ (x_7 + x_8) \cdot (x_7 + y_7) = 1; \\ x_8 + y_8 = 1. \end{cases}$$

Решение.

Разобьем решение этой системы на две части: первая часть — отличающиеся друг от друга только коэффициентами первые шесть уравнений; вторая часть — последние два уравнения.

Первое уравнение связывает три переменных x_1, x_2, y_1 , во втором уравнении из этого набора присутствует только x_2 ; второе и третье уравнения связаны через переменную x_3 , и т. д. То есть в многодольном графе, решающем первые шесть уравнений, будет повторяться одно и то же отображение, которое построим по первому уравнению (рис. 38).

Рассмотрим решение последних двух уравнений. Их можно записать в виде системы, одновременно выполнив перестановку уравнений и переменных, не влияющую на ответ (рис. 39).

Но узлы $x_7 = 0$ и $x_7 = 1$ различны и имеют значения 246 и 311 соответственно. Если использовать прямой проход по этому графу, то необходимо увеличить соответствующие значения. Можно обратить направление: у части графа на рисунке 39 пройти к узлам $x_7 = 0$ и $x_7 = 1$ от узлов y_7 и y_8 и увеличить значения на последнем шаге.

Выполним окончательные вычисления (рис. 40).
 $492 + 1866 = 2358$.

Ответ: 2358.

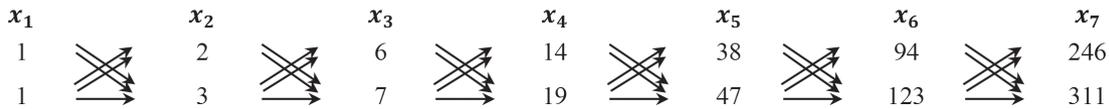
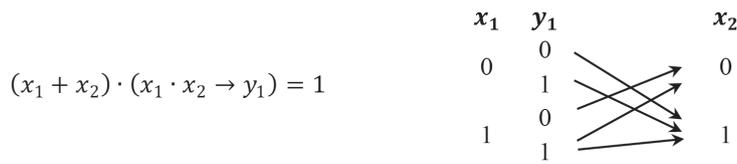


Рис. 38

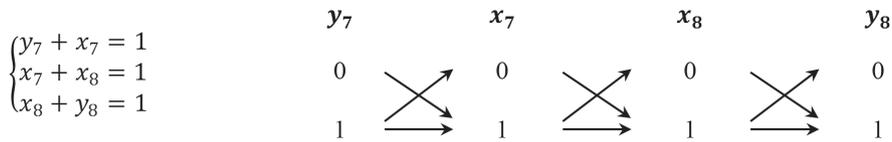


Рис. 39

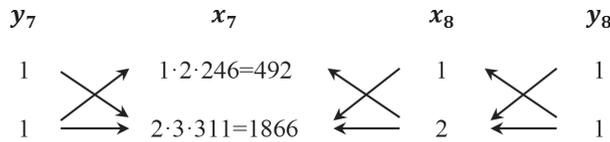


Рис. 40

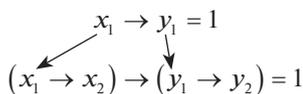
Задание 9.

Сколько решений имеет система логических уравнений?

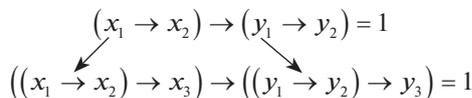
$$\begin{cases} x_1 \rightarrow y_1 = 1; \\ (x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow (y_1 \rightarrow y_2) = 1; \\ ((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3) \rightarrow ((y_1 \rightarrow y_2) \rightarrow y_3) = 1; \\ (((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3) \rightarrow x_4) \rightarrow (((y_1 \rightarrow y_2) \rightarrow y_3) \rightarrow y_4) = 1. \end{cases}$$

Решение.

Первый шаг по решению систем и уравнений всегда один и тот же — анализ связей имеющихся выражений и выстраивание цепочки шагов для вычисления. В данном задании количество переменных увеличивается от одного уравнения к другому. Переставлять уравнения нет никакой необходимости. Связка между первыми двумя очевидна — добавлена пара x_2 и y_2 .



Рассмотрим связь между вторым и третьим уравнениями:



Пара x_3 и y_3 добавлена к выражениям второго уравнения точно так же, как в переходе от первого уравнения ко второму добавлена пара x_2 и y_2 . Переход от третьего к четвертому уравнению повторит предыдущий переход.

То есть узлами многодольного графа, на основе которого будем выполнять вычисления, будут пары значений:

I	x_1	y_1
II	$x_1 \rightarrow x_2$	$y_1 \rightarrow y_2$
III	$(x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3$	$(y_1 \rightarrow y_2) \rightarrow y_3$
IV	$((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3) \rightarrow x_4$	$((y_1 \rightarrow y_2) \rightarrow y_3) \rightarrow y_4$

К каждой паре применяется импликация, соответственно, возможные три пары {00, 01, 11} из связки I определяют количество пар {00, 01, 11} в связке II, и т. д.

Переход будем строить по второму уравнению:

$(x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow (y_1 \rightarrow y_2) = 1.$

	x_1, y_1	x_2, y_2		$x_1 \rightarrow x_2, y_1 \rightarrow y_2$	
a	00	00, 01, 10, 11		00	c
b	01	01, 11		01	c
c	11	00, 01, 11		11	$4 \cdot a + 2 \cdot b + c$

Остается выполнить вычисления:

	I	II	III	IV
00	1	1	7	13
01	1	1	7	13
11	1	$4 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1 = 7$	$4 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 7 = 13$	$4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 13 = 55$

$13 + 13 + 55 = 81.$

Ответ: 81.

Можно доказать, что в этой системе с добавлением переменных количество решений увеличивается в три раза.

Ранее, описывая метод отображения, мы отмечали одно из основных требований — о том, что уравнения системы должны быть однопипны [2, 5]. Однотипность влияет только на то, сколько различных отображений будет построено, в случае однотипности будем иметь несколько дублирующих отображений. Для решения системы с переходом на модель графа следует помнить, что:

- Граф должен быть ориентированный, но не содержать циклов. Если циклов мало, то их легко избежать, удаляя дуги, что приводит к решению за несколько проходов.
- Граф должен быть многодольным, но любой маршрут должен проходить так, чтобы заходить в каждую долю. Если есть хотя бы один маршрут не проходящий через все доли графа, то следует пересмотреть доли, увеличивая мощность множества отдельных долей.

Если посмотреть на задания в КИМ ЕГЭ, можно увидеть, что задания 15 и 22 в настоящее время ничего кроме арифметики и внимания не проверяют. Эти задания не просто дублируют друг друга — они частично включены в задание 23. Только граф в задании 23 надо строить самому и самому решать, каких узлов следует избежать или какие узлы обязательно посетить. То есть в ЕГЭ есть задания на анализ предъявленного графа, но нет заданий на построение графа (если не считать задание на сопоставление таблиц, в котором тоже неплохо может помочь умение строить граф, но в этом задании, по моему субъективному мнению, ошибаются, только потеряв внимание и сосредоточенность). Все описанные системы и решения интереснее, чем те, которые предъявляются в ЕГЭ. Усложнение задания 23 на экзамене возможно, но только при условии переноса в часть с развернутым ответом.

Данная статья не раскрыла всех возможностей метода, а только приоткрыла некоторые возможности оптимизации вычислений. Метод отображения развивается, и после описаний решения систем, сделанных в 2012–2013 годах в [1, 5], следующей ступенькой стало применение метода к решению уравнений [2]. Описание оптимизации вычислений [4], сделанное в 2016 году, можно считать следующим значимым шагом в развитии метода. В данной статье особое внимание было уделено выстраиванию связей, а также обратному и встречному проходам, что также позволяет оптимизировать вычисления. Во время отбора систем для этой статьи были разобраны системы, методика решения которых заслуживает отдельного разбора, и появились новые системы [7], поэтому хочется добавить: «Продолжение следует...»

Список использованных источников

1. Авдошин С. М., Ахметсафина Р. З., Максименкова О. В. Информатика: Логика и алгоритмы: Эффективные методы решения задач: Пособие для самостоятельной подготовки (Серия «Сложные темы ЕГЭ»). М.; СПб.: Просвещение, 2013. 174 с.
2. Мирончик Е. А. Метод отображения // Информатика. 2013. № 10.
3. Мирончик Е. А. Люблю ЕГЭ за В15, или Еще раз про метод отображения // Информатика. 2014. № 7–8.
4. Мирончик Е. А. Графы и системы логических уравнений // Информатика в школе. 2016. № 8. С. 35–39.
5. Мирончик Е. А., Мирончик Е. А. Системы логических уравнений. Метод отображений // Преподавание информационных технологий в Российской Федерации: Материалы Десятой открытой Всероссийской конференции (16–18 мая 2012 года). М.: МГУ им. Ломоносова, 2012.
6. Поляков К. Ю. Логические уравнения // Информатика. 2011. № 14.
7. Поляков К. Ю. Подготовка к ЕГЭ по информатике. <http://kpolyakov.spb.ru/school/ege.htm>
8. Поляков К. Ю., Ройтберг М. А. Системы логических уравнений: решение с помощью битовых цепочек // Информатика. 2014. № 12.

НОВОСТИ

44 % школьников испытывают скуку при отсутствии гаджетов и доступа в интернет — исследование

В Москве прошел круглый стол на тему «Дети в цифровом мире: запрещать? разрешать? воспитывать?» В рамках мероприятия были впервые представлены результаты онлайн-исследования мнения школьников и студентов об актуальных вопросах и проблемах развития личности в условиях цифровизации, которые станут предметом общественного обсуждения в мае 2020 года в рамках Всероссийского форума для школьников и учащейся молодежи.

«Цифровые технологии касаются и участников образовательного процесса. Ежедневное взаимодействие не может не оставлять отпечаток на личности. Цифровой мир — это лес, где много путей, тропинок и развилок. Если школьник будет искать лучших лекторов и формировать компетенции — это одно развитие событий. Если школьник будет искать готовые ответы, то его личность

будет развиваться в другом направлении», — сообщил директор Цифровой фабрики инноваций, эксперт Союза «Профессионалы в сфере образовательных инноваций» Евгений Антонов.

Он отметил, что в опросе школьников и студентов приняли участие более 15 тысяч человек.

«13 % школьников и студентов ответили, что могут обойтись без цифровых устройств всего пару часов. 44 % школьников испытывают скуку при отсутствии гаджетов и доступа в интернет, 35 % школьников отмечают, что с появлением цифровых технологий стали больше торопиться и меньше успевать за день», — добавил Антонов.

В свою очередь, врио директора Психологического института РАО Павел Сергоманов уточнил, что есть и положительные стороны, например, с использованием гаджетов грамотность письменной речи возросла.

(По материалам федерального портала «Российское образование»)