



Л. Л. Босова,

Московский педагогический государственный университет

МЕТОД АНАЛИЗА И СИНТЕЗА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО ИНФОРМАТИКЕ

Аннотация

В статье изложены основные идеи методики обучения решению задач, сформулированные Д. Пойей. Показано, как способность решать задачи связана с современными образовательными результатами. Приведены примеры применения метода анализа и синтеза для составления планов решения задач по информатике (головоломки «Переливания» и «Ханойская башня», задачи на подсчет программ для исполнителя Вычислитель, на подсчет количества путей в графе, на построение выигрышной стратегии).

Ключевые слова: решение задач, задачи по информатике, метод анализа и синтеза.

DOI: 10.32517/2221-1993-2019-18-7-5-11

Современный курс школьной информатики отличается богатым и разноплановым содержанием, подкрепляемым развернутой системой задач, а именно:

- в школьном курсе информатики присутствует множество задач, тесно связанных с курсом школьной математики (системы счисления, теория множеств, алгебра логики, теория вероятностей);
- специфическими для курса информатики являются алгоритмические задачи, т. е. задачи, решение которых предполагает составление алгоритма.

Учителя информатики, осуществляющие преподавание предмета в условиях острого дефицита учебного времени, желая ознакомить учащихся с максимально возможным объемом учебного материала, в ряде случаев экономят время за счет обсуждения методов нахождения решений задач и преподносят ученикам готовые алгоритмы решения задач того или иного класса. Не понимая, как именно получен предложенный им алгоритм решения задачи, ученики выполняют его механически, на репродуктивном уровне; они не улавливают суть метода и не могут перенести его на новую ситуацию; механически заученные алгоритмы очень быстро забываются. Знание общего метода позволяет ученику при необходимости самостоятельно разработать («открыть») алгоритм. Вместе тем в современных условиях основная цель любого учебного предмета состоит не в том, чтобы освоить максимально возможную сумму знаний, а в том, чтобы развить мышление обучающегося, научить его учиться, сформировать

его учебную самостоятельность, навыки решения самого широкого спектра встречающихся ему задач.

Дьёрдь Пойа (1887–1985) — математик и популяризатор математики, мировую известность которому принесли книги о том, как решают задачи и как надо учить решать задачи, писал: «Крупное научное открытие дает решение крупной проблемы, но и в решении любой задачи присутствует крупная находка. Задача, которую вы решаете, может быть скромной, но если она бросает вызов вашей любознательности и заставляет вас быть изобретательным и если вы решаете ее собственными силами, то вы сможете испытать ведущее к открытию напряжение ума и насладиться радостью победы» [3, с. 5]. В одной из своих наиболее известных книг «Как решать задачу» (Стэнфордский университет, 1944 год) Д. Пойа предложил методику обучения решению задач, краеугольными положениями которой являются:

- твердое убеждение в том, что ознакомление обучающихся «лишь со специальными способами решения отдельных типов задач создает реальную опасность того, что учащиеся ограничатся усвоением одних шаблонных приемов и не приобретут умения самостоятельно справляться с «незнакомыми» задачами» [3, с. 3];
- «мысль о необходимости привития учащимся наряду с навыками логического рассуждения также прочных навыков эвристического мышления» [3, с. 3].

Контактная информация

Босова Людмила Леонидовна, доктор пед. наук, доцент, зав. кафедрой теории и методики обучения математике и информатике Института математики и информатики Московского педагогического государственного университета; адрес: 119991, г. Москва, ул. Малая Пироговская, д. 1, стр. 1; e-mail: akull@mail.ru

L. L. Bosova,

Moscow Pedagogical State University

ANALYSIS AND SYNTHESIS METHOD FOR SOLVING INFORMATICS PROBLEMS

Abstract

The article outlines the main ideas of teaching methodology problem solving that formulated by G. Polya. It is shown how the skills to solve problems is associated with modern educational results. Examples of using analysis and synthesis method for drawing up plans for solving informatics problems (puzzles "Transfusion" and "Tower of Hanoi", tasks counting programs for a computer runner Evaluator, on counting number of paths in a graph, on building a winning strategy) are given.

Keywords: problem solving, informatics problems, analysis and synthesis method.

Как искать решение

<p>1. Понять предложенную задачу. 2. Найти путь от неизвестного к данным, если нужно, рассмотрев промежуточные задачи («анализ»). 3. Реализовать найденную идею решения («синтез»). 4. Решение проверить и оценить критически.</p>	<p>2. Сформулировать отношение (или отношения) между неизвестным и данным. Преобразовать неизвестные элементы. Попытаться ввести новые неизвестные, более близкие к данным задачи. Преобразовать данные элементы. Попытаться получить таким образом новые элементы, более близкие к искомому неизвестным. Решить только часть задачи. Удовлетворить только части условий: насколько неопределенным окажется тогда неизвестное? Обобщить. Рассмотреть частные случаи. Применить аналогию.</p>
<p>3. Испытывать правильность каждого шага, принимая лишь то, «что усматривается с полной ясностью или выводится с полной достоверностью» (Декарт)</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>1. • Что гласит задача? Что дано? Что нужно найти? • Определено ли неизвестное данными задачи? Или они недостаточны или чрезмерны? • Нельзя ли сформулировать задачу иначе? • Нельзя ли найти связь между данной задачей и какой-нибудь задачей с известным решением? Или с задачей, решаемой проще? Решаемой сразу? Эти вопросы нужно повторять каждый раз, когда в ходе решения наступает заминка, при решении каждой промежуточной задачи. Кроме того: • Все ли данные задачи были уже использованы?</p> </div> <p>«Заменить термины их определениями» (Паскаль)</p>
<p>4. • Правдоподобен ли результат? Почему? • Нельзя ли сделать проверку? • Нет ли другого пути, ведущего к полученному результату? • Более прямого пути? Какие результаты еще можно получить на этом же пути?</p>	

Навыки эвристического мышления, а также навыки самостоятельной познавательной деятельности школьников, согласно Д. Пойе, формируются в процессе систематического применения учителем системы стереотипных указаний, сокращенно представленных в таблице 1 [3, с. 204].

По словам самого автора, его книга, хотя и ориентирована преимущественно на «преподающих и изучающих математику», тем не менее представляет «интерес для любого лица, желающего понять пути и средства, приводящие к новым идеям и новым открытиям» [3, с. 6].

Покажем, каким образом методика Пойи может быть использована в процессе решения задач по информатике.

Метод Д. Пойи универсален; в той или иной мере он может быть применен и применяется для решения любой задачи по информатике.

Рассмотрим в качестве примера одну из типовых задач из курса информатики основной школы [2, с. 120].

Пример 1.

Несжатое растровое изображение размером 128×128 пикселей занимает 2 Кб памяти. Каково максимально возможное число цветов в палитре изображения?

Решение.

Первый этап (первая ступень) решения состоит в том, чтобы уяснить (ясно понять) постановку задачи, т. е. дать ответы на вопросы: «Что дано?», «Что неизвестно?», «В чем состоит условие?»

Именно на эти вопросы и дает ответы ученик, записывая краткое условие задачи:

$$\begin{aligned} \text{Дано:} \\ K = 128 \times 128; \\ I = 2 \text{ Кб}; \\ N = ? \end{aligned}$$

Второй этап заключается в том, чтобы составить план решения задачи, а именно найти связь между данными и неизвестными. Зачастую эта связь бывает представлена в виде хорошо известной ученику формулы. «Если не удастся сразу обнаружить эту связь, возможно, полезно будет рассмотреть вспомогательные задачи. <...> Известна ли вам какая-нибудь родственная задача? <...> Вот задача, родственная с данной и уже решенная. Нельзя ли воспользоваться ею?» [3, с. 19] — рекомендует Д. Пойа.

В нашем примере нет одной формулы, связывающей все три величины, но ученикам известны родственные задачи и соответствующие формулы:

$$\begin{aligned} I &= K \times i, \\ N &= 2^i. \end{aligned}$$

Этих формул достаточно, чтобы составить план решения задачи:

- 1) найти i : $i = I / K$;
- 2) найти N : $N = 2^i$.

Третий этап — осуществление плана. Вот рекомендации Пойи на этом этапе:

- *Осуществляя план решения, контролируйте каждый свой шаг.*
- *Ясно ли вам, что предпринятый вами шаг правилен?*
- *Сумеете ли вы доказать, что он правилен?*

Заключительный этап — «взгляд назад», изучение найденного решения.

- *Нельзя ли проверить результат?*
- *Нельзя ли проверить ход решения?*
- *Нельзя ли получить тот же результат иначе?*
- *Нельзя ли в какой-нибудь другой задаче использовать полученный результат или метод решения?*

На первый взгляд, все рассмотренные этапы (ступени) достаточно традиционны. Вместе с тем неукоснительное следование этим этапам обеспечивает формирование у обучающихся навыков самостоятельного решения задач, обеспечивающих условия для воспитания их творческой активности.

Очевидно, наиболее сложным из четырех рассмотренных этапов является второй этап — этап составления плана решения. Остановимся на этом этапе более подробно.

Один из способов составления плана решения задачи — применение метода анализа (решение задач от конца, регрессивное рассуждение) и синтеза (конструктивное решение, прогрессивное рассуждение). Вот как его описывает Д. Пойа: «Исходным пунктом анализа является то, что требуется доказать, ибо допускается, что задача уже решена. Из этой задачи мы делаем выводы, а из этих выводов делаем другие выводы и т. д. до тех пор, пока не придем к такому выводу, который можно использовать как начало синтеза, ибо при анализе мы считаем уже выполненным то, что по условиям задачи требуется сделать (искомое уже найденным; то, что требуется доказать, — доказанным). Мы определяем, из какого предшествующего вывода можно получить интересующий нас вывод, затем вновь определяем, из какого вывода можно получить этот предшествующий, и т. д., переходя от одного вывода к предшествующему, вызвавшему его, пока не придем к такому выводу, который был получен раньше или принимается за истину. <...> А при синтезе, меняя порядок этого процесса, мы начинаем с последнего вывода анализа, с того, что уже известно или принимается за истину. Беря известное за исходный пункт, мы делаем тот вывод, который предшествовал при анализе, и продолжаем, таким образом, делать выводы, пока, идя обратно по пройденному при анализе пути, мы, наконец, не приходим к тому, что требуется доказать» [3, с. 132–133]. Таким образом, анализ и синтез составляют одни и те же элементы, при этом «анализ есть изобретение, синтез — исполнение, анализ есть составление плана, а синтез — его осуществление» [3, с. 133].

Рассмотрим метод анализа и синтеза более подробно на примере непосредственно из упомянутой книги Д. Пойа [3].

Пример 2.

Каким образом можно принести из реки ровно 6 литров воды, если для измерения ее имеется только два ведра — одно емкостью 4 литра, другое 9 литров?

Решение.

Это типичный пример алгоритмической задачи; задачами такого рода изобилуют учебники информатики для учеников начальной и основной школы [2, 3].

Отвечая на вопрос: «Что дано?», представим (изобразим, настроим — в среде «КуМир») два цилиндрических сосуда с равными основаниями, высоты которых находятся в соотношении 9 : 4 (рис. 1):

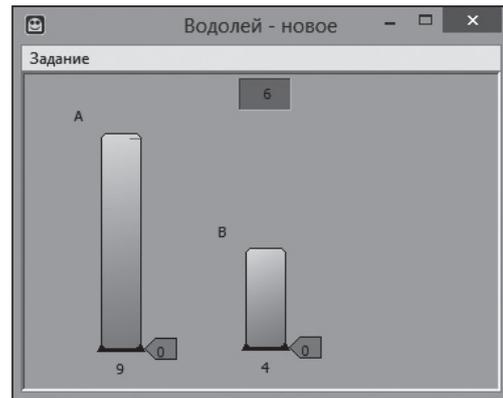


Рис. 1. Исходное положение

Когда мы предлагаем эту или аналогичную задачу на переливания учащимся, то они, как правило, не могут предложить способ решения поставленной задачи; более того, большинство школьников не знают, как приступить к решению задачи. Здесь весьма кстати может оказаться следующая рассмотренная выше рекомендация: «Если не удастся решить данную задачу, попытайтесь сначала решить сходную». Иначе говоря, в такой ситуации можно порекомендовать ученикам осуществить хотя бы какие-нибудь переливания. Ученики, наполняя и опорожняя сосуды, пытаются решить задачу, действуя «от данного исходного положения к желанной конечной цели, от данных к неизвестному» [3, с. 153], т. е. от начала к концу. После многократных попыток кто-то из учеников случайно приходит к требуемому результату — в 9-литровом сосуде у него оказывается ровно 6 литров воды. При этом, как правило, никто из учеников не может воспроизвести последовательность шагов, ведущих к требуемому результату.

Для того чтобы составить план решения этой задачи, применим метод анализа, осуществив движение от конца к началу. Вот положение, которое нам следует получить (рис. 2):

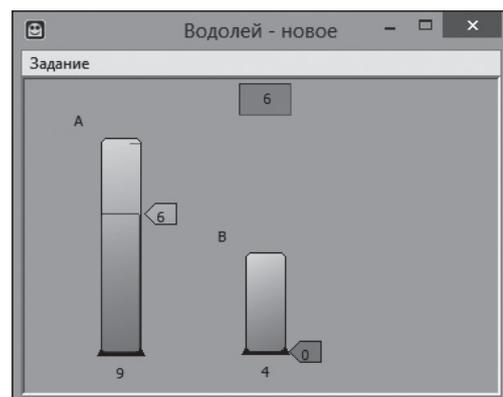
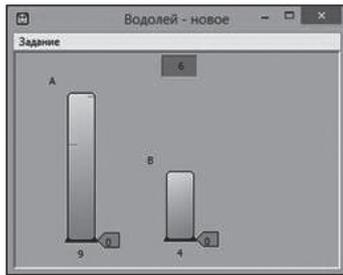


Рис. 2. Требуемый результат

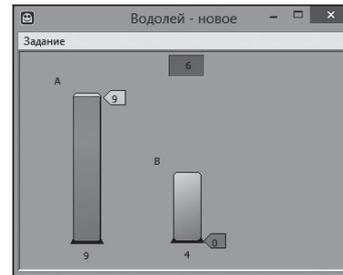
Считая, что искомое уже найдено, попытаемся ответить на вопрос: «Из какого предшествующего результата могли бы мы получить желаемый окончательный результат?» Очевидно, требуемый результат будет достигнут, если мы будем иметь возможность из полного 9-литрового сосуда отлить 3 литра воды. Последнее мы сможем сделать, если в 4-литровом сосуде

окажется ровно 1 литр воды. Отмерить 1 литр воды, пользуясь 9-литровым и 4-литровым сосудами, не составляет большого труда даже для ученика начальной школы.

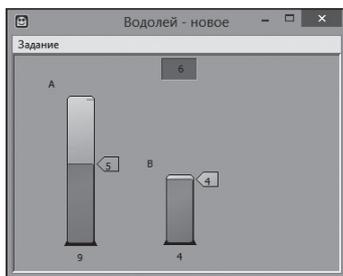
Для того чтобы составить план решения рассматриваемой задачи, обратим представленный выше порядок действий (рис. 3).



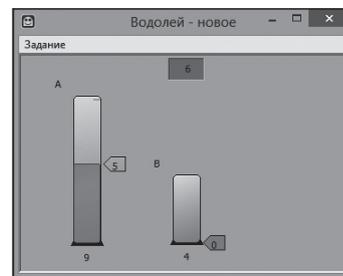
Исходное положение



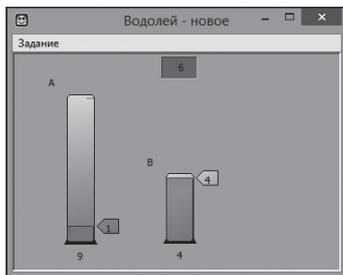
1. Наполняем 9-литровый сосуд



2. Наполняем 4-литровый сосуд из 9-литрового



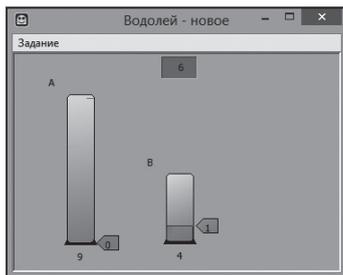
3. Опорожняем 4-литровый сосуд



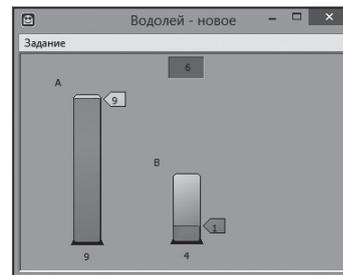
4. Наполняем 4-литровый сосуд из 9-литрового



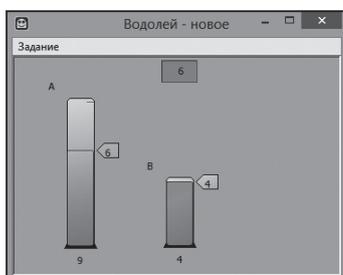
5. Опорожняем 4-литровый сосуд



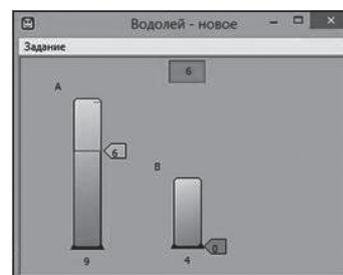
6. Переливаем 1 литр из 9-литрового сосуда в 4-литровый сосуд



7. Наполняем 9-литровый сосуд



8. Переливаем 3 литра из 9-литрового сосуда в 4-литровый сосуд



9. Опорожняем 4-литровый сосуд

Рис. 3. Алгоритм переливаний

Характеризуя рассмотренный метод составления плана решения задачи, Д. Пойа отмечает: «В этом методе есть нечто незаурядное, есть и известная психологическая трудность: приходится встать спиной к цели, уходить от желаемого, а не идти к нему прямой дорогой, приходится работать от конца к началу» [3, с. 155]. Вместе с тем «работа от конца к началу есть процесс, подсказанный здравым смыслом и доступный каждому» [3, с. 155].

Покажем, как рассмотренный метод можно применить для решения самых разных классов задач из школьного курса информатики.

Пример 3. Ханойская башня.

Есть пирамидка с пятью дисками разного размера, собранная на стержне 1, и еще два пустых стержня 2 и 3 (рис. 4).

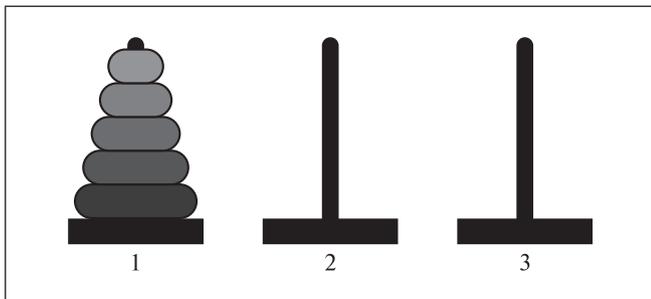


Рис. 4. Ханойская башня: исходное положение

Надо переместить пирамидку со стержня 1 на стержень 3. Перекладывать можно только со стержня на стержень и по одному диску за ход; складывать можно только меньший диск на больший.

Какое минимальное количество ходов необходимо для того, чтобы переместить всю пирамидку с 1-го стержня на 3-й?

Решение.

Так как условие задачи изложено очень четко, начнем ее решение сразу со второго этапа. Для составления плана решения применим метод анализа и синтеза.

На рисунке 5 представлено желаемое конечное положение:

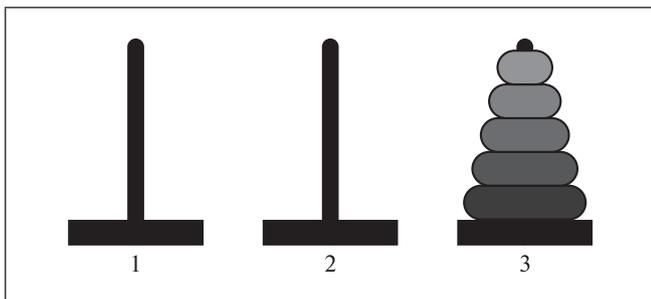


Рис. 5. Ханойская башня: конечное положение

Предшествующее положение, из которого мы могли бы получить желаемый окончательный результат, представлено на рисунке 6.

Действительно, если бы мы за x ходов смогли по всем правилам перенести пирамидку из четырех дисков

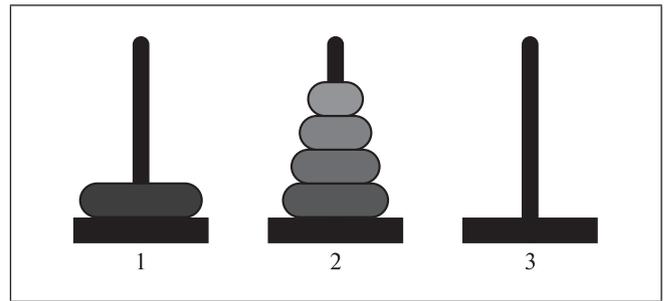


Рис. 6. Ханойская башня: промежуточное положение 1

со стержня 1 на стержень 2, то мы бы за один ход перенесли самый большой диск со стержня 1 на стержень 3 и далее повторили бы алгоритм переноса пирамидки из четырех дисков, но уже со стержня 2 на стержень 3 (еще x ходов).

Положению, представленному на рисунке 6, предшествуют положения, изображенные на рисунке 7:

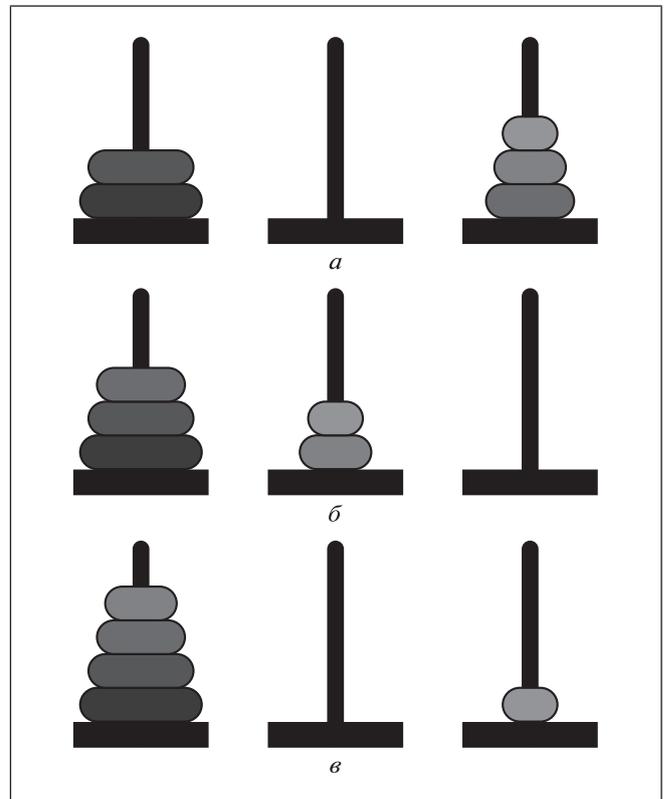


Рис. 7. Ханойская башня: промежуточные положения

Обратив представленную выше последовательность действий, получим оптимальный алгоритм перемещения пирамидки и подсчета минимального количества ходов:

- 1) за 1 ход перекладываем пирамидку из одного диска (верхний диск) на стержень 3;
- 2) за 3 ($2 \times 1 + 1$) хода перекладываем пирамидку из двух дисков (два верхних диска) на стержень 2;
- 3) за 7 ($2 \times 3 + 1$) ходов перекладываем пирамидку из трех дисков (три верхних диска) на стержень 3;
- 4) за 15 ($2 \times 7 + 1$) ходов перекладываем пирамидку из четырех дисков (четыре верхних диска) на стержень 2;
- 5) за 31 ($2 \times 15 + 1$) ход перекладываем пирамидку из пяти дисков на стержень 3.

Пример 4. Исполнитель Вычислитель.

Исполнитель Вычислитель имеет следующую систему команд:



- 1) **прибавить 2** — с помощью этой команды число на экране увеличивается на 2;
- 2) **умножить на 3** — с помощью этой команды число на экране увеличивается в 3 раза.

Программа для исполнителя — это последовательность команд, приводящих от некоторого заданного исходного числа к требуемому результату. Выясним, сколько разных программ, преобразующих число 1 в число 21, можно составить для этого исполнителя.

Решение.

Воспользуемся числовой прямой, на которой последовательно отметим исходное положение, желаемый результат, а также все предшествующие положения, ведущие к желаемому результату (рис. 8):

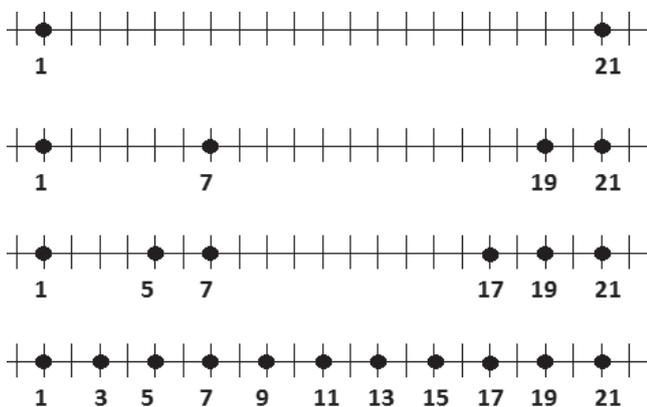


Рис. 8. Возможные положения исполнителя Вычислитель

Возможные программы для исполнителя получим, обратив представленную выше последовательность шагов, т. е. двигаясь по числовой прямой слева направо (рис. 9):



Рис. 9. Возможные программы для исполнителя Вычислитель

Команда «прибавить 2» обозначена стрелками сверху; команда «умножить на 3» — снизу.

Ниже представлены результаты подсчета искомого числа программ:

Положение	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
Число программ	2	2	2	4	4	4	6	6	6	8

Пример 5. Подсчет количества путей в графе.

На рисунке 10 представлена схема дорог, связывающая города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж.

По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Сколько существует различных путей из города А в город Ж?

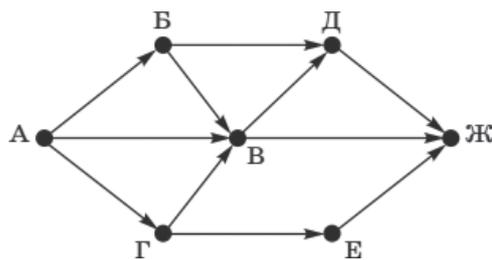


Рис. 10. Схема дорог

Решение.

Для составления плана решения этой задачи также применим метод анализа и синтеза, двигаясь от желаемого результата (пункт Ж) к тем пунктам, из которых можно в него попасть: это пункты Д, В, Е. Сложив все пути, ведущие из пункта А соответственно в пункты Д, В, Е, мы получим требуемый результат.

Таким образом, наша исходная задача распалась на три более простые задачи:

- 1) найти число различных путей из города А в город Д;
- 2) найти число различных путей из города А в город В;
- 3) найти число различных путей из города А в город Е.

Для решения каждой из них также применим метод анализа и синтеза.

В итоге план решения исходной задачи состоит в том, чтобы последовательно подсчитывать количество путей, ведущих из пункта А в пункты Б, В, Г; затем из Б, В, Г в пункты Д и Е; затем из пунктов Д, В, Е в пункт Ж.

Решение задачи представлено на рисунке 11:

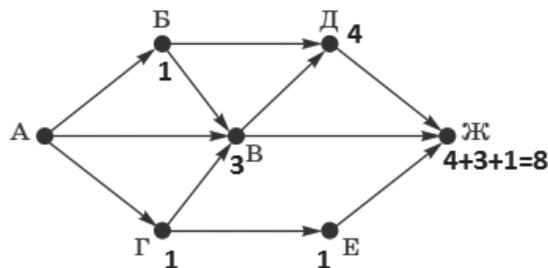


Рис. 11. Решение задачи

Пример 6. Выигрышные стратегии.

На столе лежит 25 спичек. Играют двое. Игроки по очереди могут взять от одной до четырех спичек. Кто не может сделать ход (так как спичек не осталось), проигрывает. Другими словами, выигрывает тот, кто своим ходом забирает последнюю спичку (последние спички).

Для кого из игроков существует выигрышная стратегия в этой игре? Какова выигрышная стратегия для этого игрока?

Решение.

Воспользуемся числовой линейкой и распишем на ней выигрышные (В) и проигрышные (П) позиции; начнем заполнение от положения, когда на столе не осталось спичек, т. е. от желаемого результата:

0	1–4	5	6–9	10	11–14	15	16–19	20	21–24	25
П	В	П	В	П	В	П	В	П	В	П

Итак, начальное положение (25 спичек) является проигрышной позицией. В этой игре выигрышная стратегия есть у игрока, делающего второй ход. Сколько бы спичек ни взял любым своим ходом первый игрок, второй должен перевести его в позицию П. Иначе говоря, за ход второму игроку надо брать столько спичек, чтобы сумма спичек, взятых им и его соперником, равнялась пяти.

Завершая рассмотрение примеров применения метода анализа и синтеза при решении задач по информатике, обратим внимание на следующие обстоятельства:

- метод анализа и синтеза — универсальный метод, успешно применяемый для решения многих классов задач из разных предметных областей;

- знакомство учащихся с методом анализа и синтеза, а также с общим подходом к решению задач является важным условием достижения современных образовательных результатов.

Список использованных источников

1. Босова Л. Л., Босова А. Ю. Информатика: учебник для 5 класса. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2018. 184 с.
2. Босова Л. Л., Босова А. Ю. Информатика: учебник для 7 класса. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2018. 224 с.
3. Поля Д. Как решать задачу / ред. Ю. М. Гайдук; пер. В. Г. Звонарева, Д. Н. Белл. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство Министерства просвещения РСФСР, 1959. 207 с.

НОВОСТИ

В России подготовили список школьных «уроков будущего»

Институт развития интернета (ИРИ) совместно с представителями Национального исследовательского технологического университета «МИСиС» подготовил список школьных предметов, которые помогут детям в развитии «компетенций будущего» и формировании сопутствующих навыков.

Подготовка списка стала первым этапом визионерского исследования ИРИ «Российская школа 2030». Список включает девять «уроков будущего»: робототехника, программирование/кодирование, киберспорт, VR-архитектура и веб-дизайн, квантовые технологии, основы цифровой грамотности, архитектура искусственного интеллекта, анализ и работа с большими данными, теория решения изобретательских задач (ТРИЗ).

«Подготовленный перечень иллюстрирует важность развития цифровых компетенций, потребность в получении системных ИТ-навыков. При этом ребятам вовсе не обязательно в будущем становиться html-разработчиками или аналитиками больших данных. Приобретенные на таких уроках знания помогут школьникам состояться не просто в интеллект-индустрии, но и в любой области», — поясняется в сообщении ИРИ.

ИРИ отмечает, что все вошедшие в список дисциплины нацелены на развитие индивидуальных способностей учеников (мышления, памяти, логики, внимания), расширение проектной деятельности, усиление коммуникаций, обучение цифровому этикету.

Так, например, как указывает ИРИ, киберспорт развивает стратегическое мышление и логику, внимание, скорость реакции, командные навыки, все виды памяти; расширяет цифровой кругозор и общую компьютерную

грамотность, поднимает и «прокачивает» навыки программирования. Робототехника развивает пространственное мышление и логику, воображение, креатив и эвристику, командные навыки и инженерное творчество; закладывает основы экспериментальной деятельности; углубляет знания по ряду предметов, дополняет знания по устройству компьютера и о программном обеспечении.

Эксперты считают, что ТРИЗ и основы компьютерной грамотности позволят избежать попадания в квалификационную яму, в которой уже сегодня находятся 1,3 миллиарда работников по всему миру и 34 миллиона граждан в России. «В целом такие занятия не только грамотно скоординируют представления о виртуальном мире, но и всегда пригодятся на практике», — отмечает ИРИ.

«Сегодня мы являемся свидетелями коренных изменений в обществе: почти не осталось тех сфер, которые не затронула цифровая трансформация. Чем быстрее происходит этот процесс, тем отчетливее встает острая необходимость в профессиональных кадрах. По прогнозам экспертов, в течение ближайших десяти лет России понадобится два миллиона только ИТ-специалистов. Именно поэтому в программе нацпроекта «Образование» огромное внимание уделяется формированию и развитию современной цифровой образовательной среды, которая поможет создать условия для развития людей, поле возможностей, в котором талантам будет где развернуться. Форсайт-исследование ИРИ помогает получить представление о том, какие компетенции необходимо развивать сейчас, чтобы быть успешным в цифровой экономике будущего», — приводятся в сообщении слова гендиректора ИРИ С. В. Петрова.

(По материалам «РИА Новости»)