



А. Л. Королев,

Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Челябинск

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ

Аннотация

В статье рассматриваются способы и особенности моделирования случайных событий. На этой основе показана возможность построения имитационных моделей и проведения имитационных экспериментов в среде электронных таблиц. В представленных задачах рассматриваются характеристики случайных событий: вероятность, частота, распределение вероятностей. В публикации отражен личный опыт преподавания автором учебных курсов «Компьютерное моделирование», «Моделирование процессов и систем» в ЮУрГГПУ, а также опыт работы в школе учителем информатики.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, имитационное моделирование, моделирование случайных событий, вероятность, частота.

DOI: 10.32517/2221-1993-2019-18-2-48-54

Моделирование случайных процессов и событий — это одно из важнейших направлений современного компьютерного моделирования — **имитационного моделирования**. Само понятие «случайный» является фундаментальным. Случайные события наблюдаются в технических, экологических, экономических, социальных и других системах. Таким образом, знакомство учащихся с подобными процессами и их характеристиками представляется достаточно актуальной задачей.

Решение задач моделирования случайных событий позволяет на наглядных примерах познакомить школьников с понятием вероятности и построить имитационную модель. При этом результат обучения во многом зависит от содержательной постановки задач. Тем не менее в ряде учебных изданий подобные задачи рассматриваются недостаточно полно. Иногда излагаются некоторые основные положения теории вероятностей [8–10].

В качестве классической задачи стохастического моделирования обычно рассматривается задача вычисления площади круга методом Монте-Карло. Однако метод Монте-Карло является вычислительным приемом, когда приближенное решение детерминированной задачи получается с помощью генерации последовательности случайных чисел с равномерным законом распределе-

ния. При этом собственно задача моделирования случайных событий не ставится. В учебнике К. Ю. Полякова, Е. А. Еремина для XI класса [6] рассматривается задача обслуживания клиентов в банке. При ее решении используется функция `random()` для генерации случайных чисел (времени обслуживания клиентов) с равномерным законом распределения.

В учебнике для IX класса под редакцией Н. В. Макаровой [3] строится модель случайных событий при игре в казино. Аналогичная задача «Казино» и задача о бросании монеты представлены в разработке урока М. Ю. Поповой на тему «Моделирование случайных процессов в электронных таблицах» (IX класс) [7]. Следует заметить, что содержание указанных задач связано с запрещенным в настоящее время в РФ (за исключением специально отведенных четырех зон) видом деятельности.

Рассмотрим ряд задач моделирования случайных событий, которые легко могут быть реализованы на занятиях по информатике с использованием электронных таблиц Excel. Моделирование случайных событий связано с генерацией случайных чисел с равномерным законом распределения на интервале (0; 1), которое реализуется функцией электронных таблиц `СЛЧИС()`.

Контактная информация

Королев Александр Леонидович, канд. тех. наук, доцент, доцент кафедры информатики, информационных технологий и методики обучения информатике Южно-Уральского государственного гуманитарно-педагогического университета, г. Челябинск; *адрес:* 454080, г. Челябинск, пр-т Ленина, д. 69; *e-mail:* koroleval@cspu.ru

A. L. Korolev,

South Ural State University of Humanities and Education, Chelyabinsk

MODELING OF RANDOM EVENTS USING A SPREADSHEET

Abstract

The article discusses the methods and features of modeling random events. On this basis, the possibility of building simulation models and simulation experiments in a spreadsheet environment is shown. In the presented tasks, the characteristics of random events are considered: probability, frequency, probability distribution. The publication reflects the author's personal experience of teaching the courses "Computer simulation", "Modeling of processes and systems" in South Ural State University of Humanities and Education, as well as experience as an informatics teacher.

Keywords: computer modeling, simulation modeling, simulation of random events, probability, frequency.

Задача 1.

Пусть некоторое случайное событие A наступает с вероятностью P . Пусть имеется возможность генерировать последовательность значений случайной величины с равномерным распределением на интервале $(0; 1)$: $x_1, x_2, \dots, x_n$. Определим, что событие A наступает ($A = 1$) в том случае, если значение сгенерированной случайной величины удовлетворяет неравенству $x_i \leq P$, в противном случае исходом испытания является противоположное событие НЕ A ($A = 0$).

Рассмотрим построение компьютерной модели реализации случайного события с заданной вероятностью. Для решения задачи необходимо построить электронную таблицу по рисунку 1.

Исходными данными для модели является значение вероятности реализации события P (ячейка A2).

В колонку B (диапазон B2:B101) электронной таблицы вводится функция СЛЧИС(), которая генерирует последовательность случайных чисел x_i в диапазоне $(0; 1)$ с равномерным законом распределения.

В ячейку C2 вводится функция ЕСЛИ(), которая возвращает значение, равное 1, если выполняется неравенство $x_i \leq p$, или значение 0 — в противном случае:

C2: =ЕСЛИ(B2<=A\$2;1;0)

Далее формула копируется в ячейки столбца C (диапазон ячеек C2:C101).

В ячейках D2 и E2 с помощью функции СЧЁТЕСЛИ() подсчитывается количество реализаций событий A ($A = 1$) и НЕ A ($A = 0$) соответственно:

D2: =СЧЁТЕСЛИ(C2:C101;1)

E2: =СЧЁТЕСЛИ(C2:C101;0)

В ячейках D4 и E4 необходимо рассчитать частоту реализации событий A и НЕ A с помощью формул:

D4: =D2/(E2+D2)

E4: =E2/(E2+D2)

Естественно, в сумме должна получиться единица (рис. 1).

	A	B	C	D	E
1	P	Xi	A	Кол-во событий A	Кол-во событий НЕ A
2	0,75	0,1738	1	77	23
3		0,1429	1	Частота A	Частота НЕ A
4		0,1960	1	0,77	0,23
5		0,2181	1		

Рис. 1. Таблица моделирования случайного события

Можно провести ряд экспериментов при разном количестве реализаций события: 50, 100, 500 и т. д. и сопоставить значение заданной вероятности P события и частоты его реализации в эксперименте. Чем больше реализаций событий, тем больше частота приближается к вероятности. Это **закон больших чисел** (так называемая **устойчивость частот**). Например, Карл Пирсон,

английский математик, статистик, биолог и философ, выполнил 24 000 бросаний монеты, герб выпал 12 012 раз, т. е. частота события равна 0,5005. Жорж Луи Бюффон, французский естествоиспытатель и популяризатор науки, провел 4040 подбрасываний монеты. При этом получил частоту выпадения орла 0,508 [2].

Задача 2.

Данная задача моделирования случайных событий связана с построением модели полной группы случайных событий A, B, C . События происходят с вероятностями P_a, P_b, P_c соответственно, причем всегда реализуется только одно событие, т. е.: $P_a + P_b + P_c = 1$ (рис. 2). Например, полная группа из шести несовместных случайных событий реализуется при бросании игрального кубика.

В этом случае:

- событие A реализуется, если выполняется условие: $x_i \leq P_a$;
- событие B реализуется, если справедливо соотношение: $P_a < x_i \leq P_a + P_b$;
- событие C реализуется, если справедливо соотношение: $P_a + P_b < x_i < 1$ по определению).

Столбцы таблицы C, D, E (начиная с ячеек C2, D2, E2) заполняются по аналогии с предыдущей задачей с использованием функции ЕСЛИ():

• =ЕСЛИ(B2<=A\$2;1;0) — событие A ;

• =ЕСЛИ(И(B2>A\$2;B2<=A\$2+A\$4);1;0) — событие B ;

• =ЕСЛИ(B2>A\$2+A\$4;1;0) — событие C .

Количество событий A, B, C подсчитывается с помощью функции СУММ().

Частоту событий A, B, C можно посчитать с помощью функции СРЗНАЧ(). Сумма частот должна быть равна единице (рис. 2).

Задача 3.

Используя предыдущие задачи, можно построить модель реализации двух независимых событий A и B , которые происходят с вероятностями P_a и P_b соответственно, причем события могут происходить совместно. Эта третья задача может быть решена, например, аналогично задаче по рисунку 2, так как в этом случае образуется полная группа из четырех несовместных событий:

(A и B);

(НЕ A и B);

(A и НЕ B);

(НЕ A и НЕ B),

вероятности которых соответственно равны:

$$P_1 = P_a \cdot P_b;$$

$$P_2 = (1 - P_a) \cdot P_b;$$

$$P_3 = (1 - P_b) \cdot P_a;$$

$$P_4 = (1 - P_a) \cdot (1 - P_b).$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Pa	Xi	A	B	C		Кол-во событий A	Кол-во событий B	Кол-во событий C	
2	0,6	0,3438	1	0	0		60	28	12	
3	Pb	0,4234	1	0	0		Частота A	Частота B	Частота C	Сумма частот
4	0,3	0,6923	0	1	0		0,6	0,28	0,12	1
5	Pc	0,0596	1	0	0					
6	0,1	0,2776	1	0	0					
7		0,9607	0	0	1					

Рис. 2. Моделирование полной группы случайных событий

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	Pa	Xi	A	Yi	B		A и B	НЕ A и B	A и НЕ B	НЕ A и НЕ B		Вероятности событий				
2	0,6	0,921	0	0,968	0		0	0	0	1		P1=Pa·Pb	P2=(1-Pa)·Pb	P3=Pa·(1-Pb)	P4=(1-Pa)·(1-Pb)	Сумма
3	Pb	0,926	0	0,786	0		0	0	0	1		0,180	0,120	0,420	0,280	1,000
4	0,3	0,468	1	0,329	0		0	0	1	0		Частоты событий				
5		0,592	1	0,486	0		0	0	1	0		A и B	НЕ A и B	A и НЕ B	НЕ A и НЕ B	Сумма
6		0,418	1	0,608	0		0	0	1	0		0,187	0,093	0,413	0,307	1,000
7		0,309	1	0,109	1		1	0	0	0						
8		0,973	0	0,811	0		0	0	0	1						

Рис. 3. Модель для двух независимых событий

Впрочем, задача может быть решена с помощью двух датчиков случайных чисел отдельно для события *A* и для события *B* (аналогично задаче по рисунку 1). Тогда в результате моделирования можно проверить справедливость последних формул для вероятностей (рис. 3). Если событие (*A* и *B*) произошло, то в колонке *G* — значение 1, иначе — 0. Это определено с помощью функции ЕСЛИ: =ЕСЛИ(И(C2=1;E2=1);1;0)

Другие события определяются аналогично. Частоты событий вычисляются с помощью функции СРЗНАЧ() по соответствующему столбцу.

Сумма частот и вероятностей (рис. 3), естественно, равна единице, так как имеем полную группу из четырех несовместных событий:

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1.$$

Задача 4.

Суть четвертой задачи состоит в следующем.

Случайное событие *B* происходит с вероятностью P_b , но только в том случае, если произошло случайное событие *A*. В этом случае требуется второе обращение к функции СЛЧИС() (столбец *D* на рисунке 4). Таким образом, для реализации события *B* (столбец *E*) требуется одновременное выполнение двух условий: $x_i \leq P_a$ и $y_i \leq P_b$, что реализуется с помощью функции: =ЕСЛИ(И(B2<=A\$2;D2<=A\$5);1;0)

Частота событий подсчитывается с помощью функции СРЗНАЧ() по каждому столбцу *C* и *E* (рис. 4).

Другой важной характеристикой случайной величины является распределение вероятностей. Можно сгенерировать случайную величину с помощью надстройки

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Pa	Xi	A	Yi	B		Частота A	Частота B
2	0,75	0,2777	1	0,3694	1		0,73	0,41
3		0,0950	1	0,1393	1			
4	Pb	0,6084	1	0,0161	1			
5	0,5	0,2614	1	0,2171	1			
6		0,9499	0	0,7204	0			

Рис. 4. Модель зависимых случайных событий

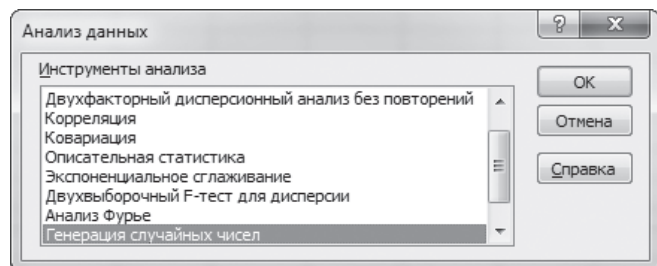


Рис. 5. Окно надстройки Анализ данных

Excel *Анализ данных* (рис. 5) (подробно о надстройке *Анализ данных* см. [5]).

Для получения доступа к этой надстройке Excel ее необходимо подключить: *Файл, Параметры, Надстройки, Перейти, Доступные надстройки*. Затем пометить надстройку *Анализ данных*. Запуск надстройки осуществляется через вкладку Excel *Данные*, раздел *Анализ* (рис. 6).

Надстройка *Анализ данных* позволяет получить равномерное, нормальное, биномиальное и другие распределения случайных чисел. Нормальное распределение характерно для величины, которая является результатом воздействия множества случайных факторов, например, данные по количеству баллов, которые получены на ЕГЭ по конкретному предмету в масштабе всей страны, — это именно такая величина.

Получив выборку случайных чисел, можно с помощью надстройки *Пакет анализа* построить гистограмму (рис. 7). Желательно иметь выборку порядка 1000 значений.

Интервал карманов \$D\$1:\$D\$25 (рис. 7) — это границы отрезков, для которых определяется частота сгенерированной случайной величины (рис. 8).

Впрочем, случайные величины с нормальным законом распределения можно получить как сумму случайных величин с равномерным законом распределения. В теории вероятностей доказано (*центральная предельная теорема*), что при сложении достаточно большого числа одинаково распределенных независимых случайных чисел получается случайная величина, имеющая нормальное распределение.

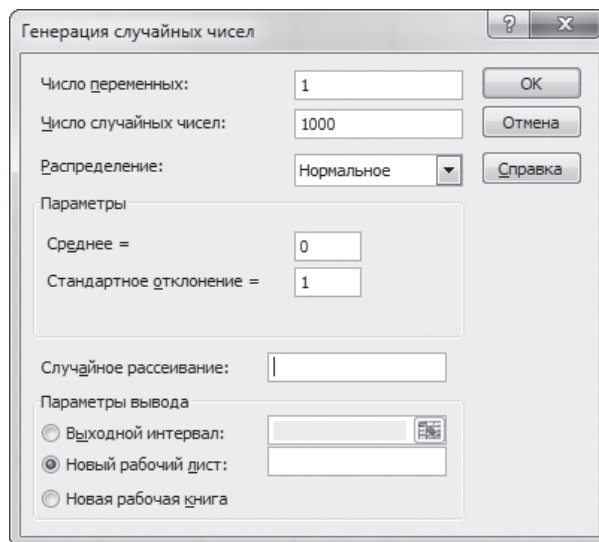


Рис. 6. Пакет анализа. Генерация случайных чисел

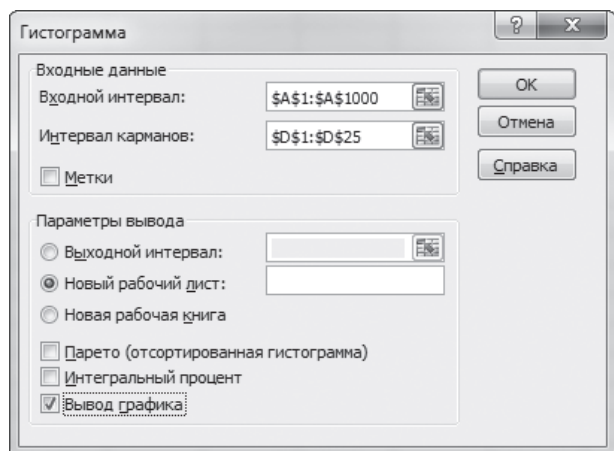


Рис. 7. Пакет анализа. Построение гистограммы

Как показали исследования, при сложении даже 12 случайных величин с равномерным законом распределения в интервале (0; 1) получается величина, которая может считаться распределенной нормально [2].

Задача 5.

В следующей задаче моделируется случайное изменение координат точки X и Y (случайное блуждание). Изменение координат происходит случайно и дискретно. Каждая координата может остаться неизменной либо она может изменить свое значение добавлением +1 или -1.

Таким образом, возможна реализация девяти случайных событий:

$$\begin{array}{lll} (X, Y); & (X, Y+1); & (X, Y-1); \\ (X+1, Y); & (X+1, Y+1); & (X+1, Y-1); \\ (X-1, Y); & (X-1, Y+1); & (X-1, Y-1). \end{array}$$

Вероятности изменения каждой координаты заданы: $PX_a, PX_b, PX_c; PY_a, PY_b, PY_c$. Причем:

$$\begin{aligned} PX_a + PX_b + PX_c &= 1; \\ PY_a + PY_b + PY_c &= 1. \end{aligned}$$

Таким образом, возможны следующие события:

- событие $A=1$ — координата осталась неизменной;
- событие $B=1$ — координата изменилась на +1;
- событие $C=1$ — координата изменилась на -1.

Изменение значения каждой координаты происходит независимо.

Для решения данной задачи необходимо построить электронную таблицу по рисунку 9. Исходными данными являются вероятности реализации событий A, B, C . Начальные значения координат: $X=0, Y=0$. На рисунке 9 события изменения значения для каждой координаты обозначены Ax, Bx, Cx и Ay, By, Cy соответственно. В таблице (рис. 9) X_i и Y_i — сгенерированные функцией СЛЧИС() случайные числа.

Таблица строится по аналогии с задачей, в которой построена модель полной группы случайных событий (см. рис. 2).

По результатам моделирования строится фазовая диаграмма $Y(X)$ (диаграмма точечная, точки с прямыми отрезками и маркерами — рисунок 10).

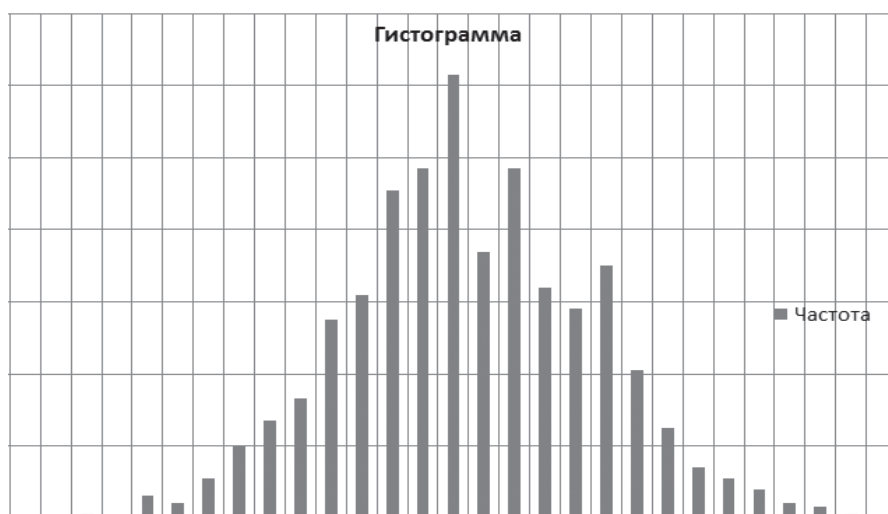


Рис. 8. Гистограмма распределения случайной величины (нормальный закон распределения)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Pxa	Xi	Ax	Bx	Cx	Yi	Ay	By	Cy		t	X	Y
2	0,6	0,7030	0	1	0	0,8171	0	0	1		0	0	0
3	Pxb	0,3636	1	0	0	0,3516	1	0	0		1	1	-1
4	0,3	0,2998	1	0	0	0,9798	0	0	1		2	1	-1
5	Pxc	0,7300	0	1	0	0,2319	1	0	0		3	1	-2
6	0,1	0,1429	1	0	0	0,1341	1	0	0		4	2	-2
7	PYa	0,8642	0	1	0	0,5624	0	1	0		5	2	-2
8	0,4	0,4570	1	0	0	0,1203	1	0	0		6	3	-1
9	PYb	0,2313	1	0	0	0,2667	1	0	0		7	3	-1
10	0,4	0,4876	1	0	0	0,4606	0	1	0		8	3	-1
11	PYc	0,0692	1	0	0	0,4233	0	1	0		9	3	0
12	0,2	0,3794	1	0	0	0,8818	0	0	1		10	3	1

Рис. 9. Электронная таблица для моделирования случайного блуждания

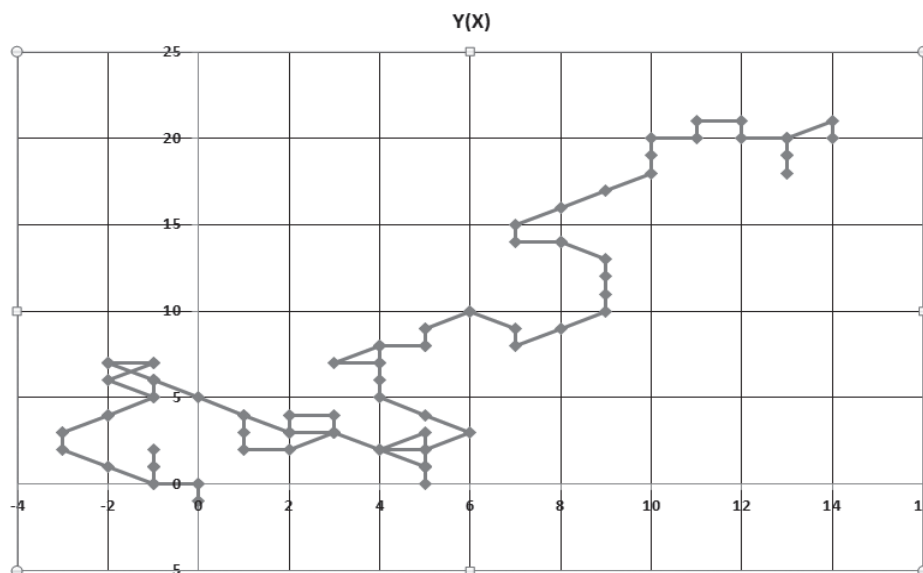


Рис. 10. Траектория случайного блуждания

Координаты подсчитываются следующим образом:

- например, в ячейку L3 вводится формула: $=L2+D2-E2$;
- а в ячейку M3 — формула: $=M2+H2-I2$.

В остальные ячейки столбцов L и M формулы копируются.

С моделью можно провести серию экспериментов при разных значениях вероятностей.

Задача 6.

Рассмотрим содержательную задачу моделирования случайных событий [1].

Пусть необходимо выполнить прогноз работы автомобиля. В течение суток автомобиль может быть исправным или стать неисправным (рис. 11). Состояние автомобиля изменяется дискретно с шагом изменения «сутки».

Смена состояния автомобиля является случайным событием, так как зависит от многих факторов, которые заранее учесть невозможно. Вероятности смены состояний автомобиля устанавливаются в реальной практике на основе статистических данных по эксплуатации и ремонту, а в данной задаче задаются как исходные величины.

В начальный момент времени автомобиль может быть исправным с вероятностью P_0 . Естественно, что новый автомобиль в начальный момент с достаточно большой вероятностью исправен.

Дальнейшее развитие событий может быть следующим: автомобиль в течение суток с вероятностью P_1 может сохранить свое исправное состояние. Если он станет неисправным, то на следующие сутки приступят к его ремонту. Неисправный автомобиль после суток ремонта с вероятностью P_2 вернется к работе, т. е. станет исправным, или его ремонт продолжится.

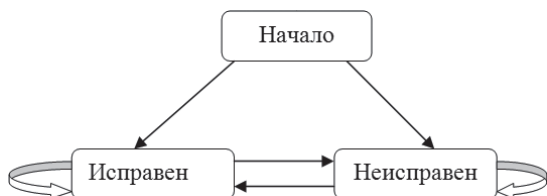


Рис. 11. Граф изменения состояния автомобиля

Изменение состояния автомобиля представлено графом (рис. 11). Будем считать, что вероятности переходов зависят только от конкретного состояния автомобиля (исправен — в ремонте), а не от того, каким путем данное состояние достигнуто. Далее, автомобиль находится в каждом возможном состоянии ровно сутки и переходит в новое состояние или сохраняет текущее состояние с учетом вероятности перехода.

Модель изменения состояния автомобиля представлена электронной таблицей на рисунке 12.

Здесь X_i , Y_i — случайные числа, полученные с применением функции СЛЧИС().

Случайное число X_i используется при моделировании события «изменение состояния исправного автомобиля»:

- событие $A = 1$ — автомобиль исправен;
- событие $A = 0$ — автомобиль неисправен.

Случайное число Y_i используется при моделировании результата ремонта автомобиля:

- событие $C = 1$ — автомобиль отремонтирован;
- событие $C = 0$ — автомобиль остается в ремонте или переходит в исправное состояние.

Начальное состояние автомобиля (в первый день, ячейка C5 — рисунок 12) определяется формулой:

$C5: =ЕСЛИ(B5<=A\$2;1;0)$

(определение состояния автомобиля в первый день как случайного события).

	A	B	C	D	E	F
1	P0	P1	P2			
2	0,9	0,8	0,7			
3						
4	День	Xi	A-машина работает	Yi	B-машина в ремонте	C-машина отремонтирована
5	1	0,035	1		0	0
6	2	0,854	0		1	0
7	3	0,776	1	0,119	0	1
8	4	0,532	1	0,575	0	0
9	5	0,597	1	0,398	0	0
10	6	0,590	1	0,825	0	0
11	7	0,968	0	0,014	1	0
12	8	0,460	1	0,631	0	1
13	9	0,343	1	0,711	0	0
14	10	0,880	0	0,188	1	0

Рис. 12. Модель изменения состояния автомобиля

В ячейку E5 вводится число 0, так как по условиям задачи автомобиль поступит в ремонт на следующий день, если в первый день окажется неисправным.

Соответственно, в ячейку F5 также вводится число 0, так как ремонт по условиям задачи длится минимум один день.

В ячейку F6 также вводится 0, так как в первый день в ремонте не может быть автомобиля.

Случайные числа в ячейках D5, D6 не потребуются.

Состояние исправного в первый день автомобиля ($C5 = 1$) на следующий день может измениться вследствие поломки — и это случайное событие. Поэтому в ячейку C6 вводится формула:

$C6: =\text{ЕСЛИ}(\text{И}(\text{В}6 \leq \$\text{B}\$2; C5=1); 1; 0)$.

Если в текущий день автомобиль окажется неисправным, то на следующий день он поступит в ремонт (ячейка E6 — рисунок 12):

$E6: =\text{ЕСЛИ}(C6 + F6 = 0; 1; 0)$

Действительно, в один и тот же день автомобиль либо может быть исправен, либо может находиться в ремонте. Если автомобиль в этот день отремонтирован, то он на следующий день считается исправным. Например:

E6: 1 (день = 2, автомобиль поступил в ремонт) →

F7: 1 (день = 3, автомобиль отремонтирован) →

C7: 1 (и в этот же день автомобиль приступил к работе, рисунок 12).

Результат ремонта определяется формулой (ячейка F7, рисунок 12):

$F7: =\text{ЕСЛИ}(\text{И}(E6=1; D7 \leq \$\text{C}\$2); 1; 0)$

В ремонте находится неисправный автомобиль (E6: 1). Результат ремонта — случайное событие.

Состояние автомобиля на третий день (ячейка C7, рисунок 12) и в последующие дни определяется тем, что автомобиль либо сохраняет свое исправное состояние, либо поступает из ремонта:

$C7: =\text{ЕСЛИ}(\text{ИЛИ}(\text{И}(C6=1; B7 \leq \$\text{B}\$2); F7=1); 1; 0)$.

В остальные ячейки столбцов C, D, E, F формулы копируются.

Результат моделирования изменения состояния одного автомобиля представлен на рисунке 13.

Если автопарк состоит из нескольких автомобилей, то аналогичным образом строятся модели изменения состояния каждого автомобиля. Выполнить это можно путем копирования таблицы по рисунку 12 и подсчета общего числа исправных автомобилей на каждый день (рис. 14).

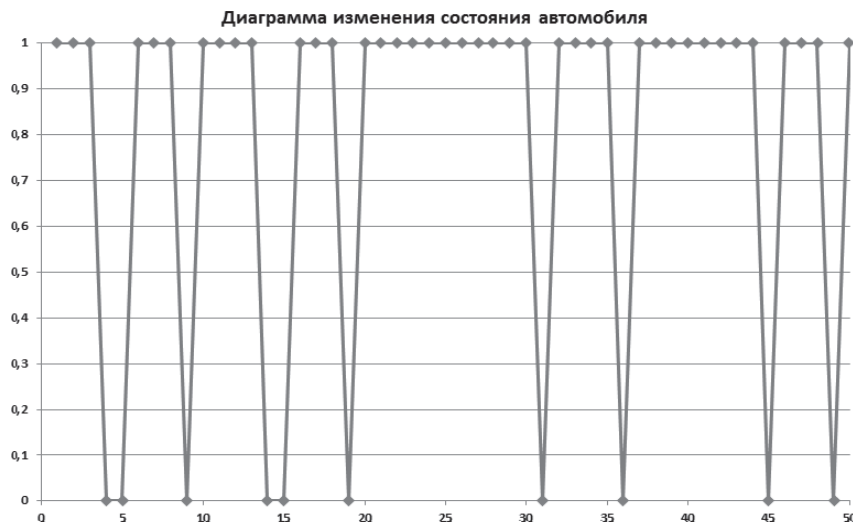


Рис. 13. Результат моделирования состояния одного автомобиля

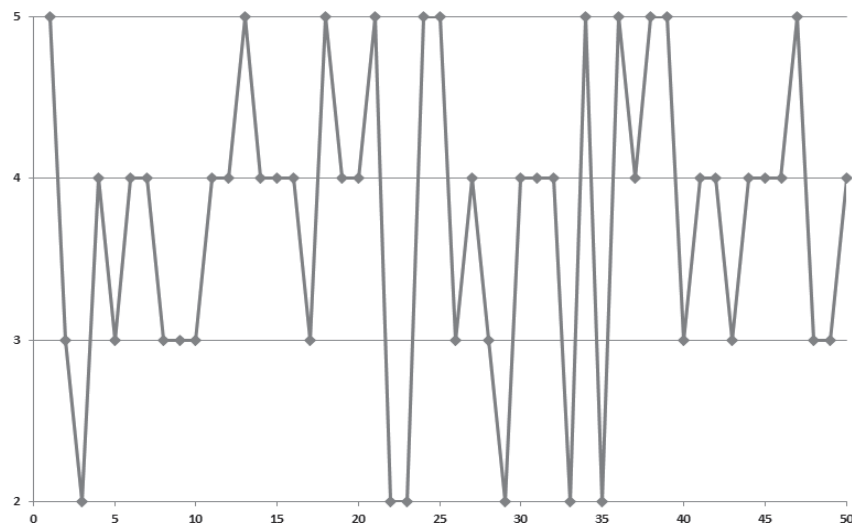


Рис. 14. Диаграмма изменения состояния автопарка из пяти автомобилей

Задача 7.

Теперь можно решать типичную **задачу имитационного моделирования**. Например, какое количество автомобилей необходимо иметь, с учетом их возможной поломки, чтобы выполнить за указанное время определенный объем работ, который задан в машино-днях, какова вероятность выполнения этой работы имеющимся парком автомобилей за требуемое время.

В этом случае требуется многократное повторение имитационных экспериментов для получения статистических данных о состоянии парка автомобилей. Это является особенностью стохастического моделирования. Естественно, что в рассмотренных моделях приняты достаточно грубые предположения о вероятностях поломки автомобиля и окончания его ремонта. Однако уточнение модели требует привлечения теории надежности, что в школьном курсе информатики неприемлемо.

Задач имитационного моделирования в учебной литературе для школьников чрезвычайно мало. Например, в учебнике И. А. Калинина, Н. Н. Самылкиной для X класса [4] строятся подобные модели на основе специального программного комплекса AnyLogic, но это требует освоения данного программного комплекса. В настоящей статье предлагается построение задачи имитационного моделирования в среде электронных таблиц.

Допустим, что фирме, имеющей пять автомобилей, требуется выполнить за 100 дней определенную работу. Объем этой работы в машино-днях известен. Ясно, что 100 дней все автомобили работать не смогут, так как возможны их поломки. Для выяснения возможности выполнения работы был проведен имитационный эксперимент (модель для пяти автомобилей), который состоял из 20 испытаний. Его результаты представлены на рисунке 15.

P0	P1	P2
0,9	0,8	0,7
Количество автомобилей	Срок выполнения работы (дней)	
5	100	
Объем работы (машино-дни)	Число положительных результатов	Частота реализации события: "Работа выполнена"
370	20	1,00
380	18	0,90
390	10	0,50
400	4	0,25
410	0	0,00

Рис. 15. Результат имитационного эксперимента

Таким образом, если работа требует 370 машино-дней или менее, то она будет выполнена.

Объем работ в 380 машино-дней будет выполнен с вероятностью 0,9. В этом случае, скорее всего, дополнительной техники не потребуются.

Если для выполнения работы требуется 390 машино-дней, то вероятность выполнения работы в срок оценивается как 0,5. И так далее. Можно сделать вывод, что для выполнения такого или большего объема работ необходимы дополнительные автомобили. В этом случае необходимо изменить модель и повторно провести имитационный эксперимент для нового количества автомобилей.

Ясно, что имитационный эксперимент позволит оценить вероятность выполнения работы имеющимся количеством автомобилей. Кроме того, результаты экспериментов позволят исключить привлечение излишнего количества автомобилей для выполнения работы. Можно, например, рассчитать, на сколько дней необходимо арендовать дополнительные автомобили, чтобы выполнить требуемую работу. Собственно в этом и состоит цель имитационного моделирования — определить оптимальные значения параметров системы.

Таким образом, на примере этих достаточно простых задач можно познакомить учащихся с некоторыми понятиями теории вероятностей и примером моделирования случайных событий при решении задачи имитационного моделирования. Данные задачи расширяют представления учащихся о возможностях электронных таблиц и свободно выполнялись школьниками в XI классе физико-математического профиля на уроках информатики.

Список использованных источников

1. Бережная Е. В., Бережной В. И. Математические методы моделирования экономических систем: учебное пособие. М.: Финансы и статистика, 2003.
2. Варфоломеев В. И., Назаров С. В. Алгоритмическое моделирование элементов экономических систем: учебное пособие. М.: Финансы и статистика, 2004.
3. Информатика. 9 класс: учебник / под ред. Н. В. Макаровой. СПб.: Питер, 2001.
4. Калинин И. А., Самылкина Н. Н. Информатика. Углубленный уровень: учебник для 10 класса. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014.
5. Макарова Н. В., Трофимец В. Я. Статистика в Excel: учебное пособие. М.: Финансы и статистика, 2002.
6. Поляков К. Ю., Еремин Е. А. Информатика. Углубленный уровень: учебник для 11 класса: Ч. 1. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015.
7. Попова М. Ю. Урок информатики «Моделирование случайных процессов в электронных таблицах» (9 класс). https://infourok.ru/urok_informatiki_modelirovanie_sluchaynyh_processov_v_elektronnyh_tablicah_9_klass-117445.htm
8. Семакин И. Г., Хеннер Е. К. Информационные системы и модели. Элективный курс: учебное пособие. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005.
9. Семакин И. Г., Хеннер Е. К., Шестакова Л. В. Информатика. 10–11 классы. Углубленный уровень. М.: БИНОМ. Лаборатория базовых знаний, 2015.
10. Угринович Н. Д. Информатика, информационные технологии: учебник для 10–11 классов. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015.