

Д. Ю. Артемов,  
 Московский педагогический государственный университет

## ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В ИНЖЕНЕРНЫХ КЛАССАХ МОСКОВСКИХ ШКОЛ

### Аннотация

В статье приводятся решения некоторых интегрированных заданий демонстрационного варианта теоретической части предпрофессионального экзамена в инженерных классах московских школ (задания 3, 6, 7, 8, 11, 13, 14, 15). Дополнительно приводятся аналогичные задания для тренировки (с ответами).

**Ключевые слова:** инженерный класс, предпрофессиональный экзамен, интегрированные задания по математике, информатике и физике.

### Контактная информация

**Артемов Даниил Юрьевич**, студент 1-го курса магистратуры математического факультета Московского педагогического государственного университета; *адрес:* 107140, г. Москва, ул. Краснопрудная, д. 14; *телефон:* (499) 264-25-56; *e-mail:* dyu.artemov@mail.ru

**D. Yu. Artemov,**  
 Moscow Pedagogical State University

### PRE-PROFESSIONAL EXAM IN THE ENGINEERING CLASSES OF MOSCOW SCHOOLS

#### Abstract

In the article we give solutions of some integrated tasks of the demonstration version of the theoretical part of the pre-professional exam in the engineering classes of Moscow schools (tasks No 3, 6, 7, 8, 11, 13, 14, 15). In addition, similar tasks for training with answers to them are given.

**Keywords:** engineering class, pre-professional examination, integrated tasks on mathematics, informatics and physics.

В 2017 году в рамках национальной технологической инициативы в московских школах были открыты инженерные классы. В 2018 году второй раз выпускники инженерных классов московских школ сдавали предпрофессиональный экзамен, результаты которого будут учитываться ведущими вузами при поступлении. Такой экзамен интересен тем, что имеет помимо теоретической части и практическую часть, сдаваемую на базе технических вузов. Теоретическая часть экзамена в большинстве своем состоит из интегрированных заданий по разным предметам естественно-научного и математического цикла. Задания составляются вузовскими педагогами.

В статье приводятся решения некоторых заданий демонстрационной версии предпрофессионального экзамена ([http://mcko.ru/pages/m\\_n\\_d\\_pre-professional\\_exam](http://mcko.ru/pages/m_n_d_pre-professional_exam)) — задания 3, 6, 7, 8, 11, 13, 14, 15. В соответствии со спецификацией экзамена:

- задание 3 рассчитано на умение анализировать информацию, заданную графически [1];
- задания 6, 8 и 14 — на использование знаково-символьных моделей при решении задач на базе математики и физики [6, 7];
- задание 7 — на проведение экстремальных оценок в математике [2];
- задание 11 — на оценку умения проводить расчеты параметров кинематического устройства [8];
- задание 13 — на проверку умений решать задачи на индукционное представление информации, относится к математике и информатике [5];
- задание 15 — на использование явно заданной информации для проведения расчетов [9].

Ознакомьтесь с материалами, касающимися предпрофессионального экзамена, читателю предлагается на официальных сайтах МЦКО и РЦОИ [3, 4].

### Задание 3.

Какую кинетическую энергию будет иметь электрон, «вырванный» из  $D^{(-)}$ -центра на квантовой проволоке в магнитном поле с индукцией 2 Тл при поглощении фотона с частотой 22 ТГц? Ответ дайте в мэВ.

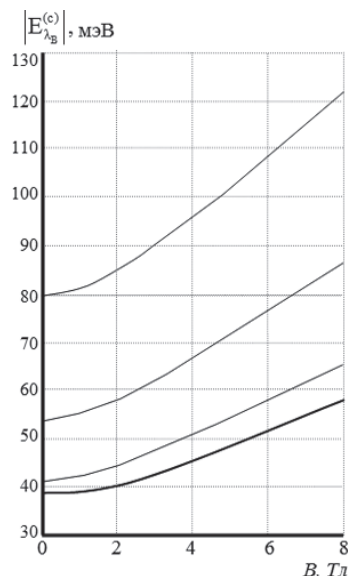


Рис. 1. График зависимости энергии связи электрона от величины магнитной индукции для различных квантовых структур

*Решение.*

Для решения задачи нам понадобится значение постоянной Планка, выраженное в электронвольт-секундах:

$$h \approx 4,135668 \cdot 10^{-15} \text{ эВ} \cdot \text{с}.$$

Введем обозначения:  $B = 2$  Тл,  $\nu = 22$  ТГц. Теперь выясним, какую энергию связи  $E_{\text{св}}$  имеет электрон для данной магнитной индукции  $B$ , для чего воспользуемся графиком (рис. 1). Найдя точку пересечения нижней кривой, соответствующей квантовой проволоке, с вертикальной прямой  $B = 2$ , получим  $E_{\text{св}} = 40$  мэВ. Учитывая, что  $1 \text{ Гц} = 1 \text{ с}^{-1}$ , рассчитаем по формуле Планка энергию  $E_{\text{ф}}$  фотона, поглощенного квантовой проволокой:

$$E_{\text{ф}} = h\nu \approx 0,0909847 \text{ эВ} \approx 91 \text{ мэВ}.$$

Тогда кинетическая энергия  $E_{\text{к}}$  «вырванного» электрона есть разность энергии фотона и энергии связи:

$$E_{\text{к}} = E_{\text{ф}} - E_{\text{св}} = 91 \text{ мэВ} - 40 \text{ мэВ} = 51 \text{ мэВ}.$$

*Ответ.* 51 мэВ.

### Задание 6.

При изучении характера движения тел на экспериментальной установке студент получил зависимости координаты от времени для двух частиц, движущихся вдоль оси  $OX$  в заданной системе отсчета, и записал их в таблицу:

	Закон изменения координаты (величины приведены в единицах СИ)
Первая частица	$x_1 = 4 \cdot 0,3t^{-5}$
Вторая частица	$x_2 = \sqrt{3t + 1}$

В какой момент времени можно прогнозировать встречу частиц в данной системе отсчета?

*Решение.*

Встречу частиц можно интерпретировать как совпадение их координат. Поэтому просто приравняем их координаты и решим получившееся уравнение относительно времени:

$$x_1 = x_2 \Leftrightarrow 4 \cdot 0,3t^{-5} = \sqrt{3t + 1}.$$

В полученном уравнении относительно переменной  $t$  слева от знака равенства стоит строго убывающая функция, а справа — строго возрастающая. Следовательно, данное уравнение может иметь не более одного корня. Методом подбора находим  $t = 5$ .

*Ответ.* 5 с.

### Задание 7.

В логистике затраты на доставку некоторого оборудования складываются из затрат на транспорт и хранение, которые соответственно определяются факторами  $a$  и  $b$ . Эти факторы могут принимать любые неотрицательные значения. Какие наименьшие затраты можно заложить на доставку оборудования по полученному заказу, если зависимость этих затрат задается формулой:

$$a^2 + 2b^2 - 3a + 7?$$

*Решение.*

Задачу можно переформулировать на математическом языке следующим образом: найти минимум

данного выражения для неотрицательных  $a$  и  $b$ . Здесь это можно сделать без использования аппарата дифференциального исчисления. Выделим полные квадраты при переменных  $a$  и  $b$ :

$$\begin{aligned} & a^2 + 2b^2 - 3a + 7 = \\ & = \left[ a^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{3}{2} + \left( \frac{3}{2} \right)^2 \right] - \left( \frac{3}{2} \right)^2 + (\sqrt{2}b)^2 + 7 = \\ & = \left( a - \frac{3}{2} \right)^2 + (\sqrt{2}b)^2 + 7 - \frac{9}{4} = \left( a - \frac{3}{2} \right)^2 + (\sqrt{2}b)^2 + \frac{19}{4}. \end{aligned}$$

Ясно, что минимум реализуется в том случае, когда выражения под квадратами равны нулю:

$$\begin{cases} a - \frac{3}{2} = 0, \\ \sqrt{2}b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2}, \\ b = 0. \end{cases}$$

Полученные значения переменных неотрицательны, а значение исходного выражения при найденных аргументах составляет  $\frac{19}{4} = 4,75$ .

*Ответ.* 4,75.

### Задание 8.

Гоночный болид массой 620 кг едет по участку трассы с радиусом 100 м. В момент времени, когда скорость болида 50 м/с, сумма сил, действующих на него, равна 20 кН. Каков в этот момент модуль тангенциальной составляющей ускорения автомобиля? Ответ округлите до десятых.

*Решение.*

Обозначим:  
 $m = 620$  кг;  
 $R = 100$  м;  
 $F = 20$  кН;  
 $v = 50$  м/с.

Данную задачу можно решить, применив второй закон Ньютона. Запишем его в векторном виде:  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ . Вектор ускорения  $\mathbf{a}$  раскладывается в сумму касательной (тангенциальной) и нормальной составляющих:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_{\tau} + \mathbf{a}_n, \quad \mathbf{a}_{\tau} \perp \mathbf{a}_n.$$

Изобразим траекторию движения болида (рис. 2), считая точку  $O$  центром кривизны траектории.

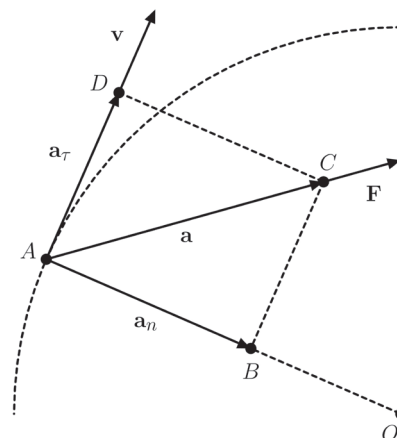


Рис. 2. Траектория движения болида

Найдем модуль  $a$  вектора ускорения  $\mathbf{a}$ . Так как  $\mathbf{F} \uparrow \uparrow \mathbf{a}$ , то

$$a = \frac{F}{m}. \tag{1}$$

Теперь найдем модуль  $a_n$  нормального ускорения  $\mathbf{a}_n$ , пользуясь следующим соотношением:

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \tag{2}$$

Так как  $\mathbf{a}_\tau = \overline{BC}$ , то модуль  $a_\tau$  вектора  $\mathbf{a}_\tau$  можно найти из прямоугольного треугольника  $ABC$ , пользуясь теоремой Пифагора:

$$a_\tau = \sqrt{a^2 - a_n^2}. \tag{3}$$

Подставляя соотношения (1) и (2) в (3), получим:

$$a_\tau = \sqrt{\left(\frac{F}{m}\right)^2 - \left(\frac{v^2}{R}\right)^2} = \sqrt{\frac{F^2}{m^2} - \frac{v^4}{R^2}}.$$

Наконец, подставляя в выведенную формулу данные задачи, получим:

$$a_\tau \approx 20,38584 \text{ м/с}^2 \approx 20,4 \text{ м/с}^2.$$

*Ответ.* 20,4 м/с<sup>2</sup>.

**Задание 11.**

Кривошип  $O_1O_2$ , вращаясь с постоянной угловой скоростью  $\omega = 6 \text{ рад/с}$ , катит шестерню радиуса  $r = 0,1 \text{ м}$  по неподвижной шестерне радиуса  $R = 0,4 \text{ м}$  без проскальзывания (рис. 3). Чему равна (по величине) скорость точки  $B$  подвижной шестерни?

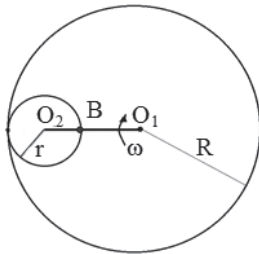


Рис. 3. Схематическое изображение вращающегося кривошипа

*Решение.*

Используем обозначения из условия задачи:

- $\omega_1 = 6 \text{ рад/с};$
- $r = 0,1 \text{ м};$
- $R = 0,4 \text{ м}.$

Данную задачу удобно решать методом, основанным на использовании понятия мгновенного центра скоростей. Для начала найдем линейную скорость  $v$  центра  $O_2$  подвижной шестерни:

$$v = \omega_1 \cdot (R - r).$$

Рассмотрим теперь отдельно подвижную шестерню. Очевидно, что мгновенным центром скоростей является точка  $P$  касания подвижной шестерни с неподвижной, по которой она катится. Тогда угловая скорость  $\omega_2$  подвижной шестерни есть:

$$\omega_2 = \frac{v}{O_2P} = \frac{\omega_1(R - r)}{r}.$$

Наконец, скорость  $v_B$  точки  $B$  есть:

$$v_B = \omega_2 \cdot BP = \omega_2 \cdot 2r = \frac{\omega_1(R - r)}{r} \cdot 2r = 2\omega_1(R - r).$$

Подставляя в выведенную формулу данные задачи, получим  $v_B = 3,6 \text{ м/с}$ .

*Ответ.* 3,6 м/с.

**Задание 13.**

Поток из 100 студентов сдал экзамены. 88 студентов сдали английский язык, 71 студент сдал немецкий язык, 11 студентов не сдали ни одного экзамена. Какое количество студентов сдало экзамены и по английскому, и по немецкому языкам?

*Решение.*

Обозначим множество студентов, сдававших экзамены, через  $U$ ; множество студентов, которые сдавали английский язык, — через  $A$ ; множество студентов, которые сдавали немецкий язык, — через  $H$ . Изобразим полученную конфигурацию с помощью диаграммы Эйлера — Венна (рис. 4).

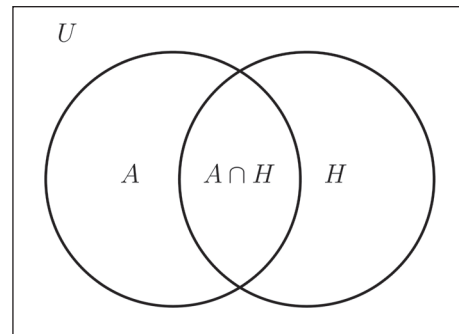


Рис. 4. Диаграмма Эйлера — Венна

Тогда по условию:

$$|U| = 100, |A| = 88, |H| = 71, |U \setminus (A \cup H)| = 11,$$

и нужно найти  $|A \cap H|$ .

Имеем:

$$|A \cup H| = |U| - |U \setminus (A \cup H)| = 100 - 11 = 89.$$

По формуле включений-исключений:

$$|A \cup H| = |A| + |H| - |A \cap H|.$$

Откуда:

$$|A \cap H| = |A| + |H| - |A \cup H| = 88 + 71 - 89 = 70.$$

*Ответ.* 70.

**Задание 14.**

Работая по проекту повышения КПД тепловых двигателей, студент предложил виртуальную модель, в которой в качестве рабочего тела используется гелий, совершающий замкнутый цикл. Цикл состоит из изотермического сжатия в три раза, изобарического расширения и изохорического охлаждения до начального состояния. Для расчета работы газа при сжатии студент записал функцию  $p = \frac{k}{V}$  и воспользовался формулой Ньютона — Лейбница. Какое значение он получил при верном расчете? Первоначальные параметры 1 г гелия составляли 3 л и 0,2 МПа. Укажите значение работы газа при изотермическом сжатии с точностью до одного джоуля.

*Решение.*

Введем обозначения:

- $m = 1 \text{ г};$
- $V_1 = 3 \text{ л};$
- $p_1 = 0,2 \text{ МПа}.$

Изобразим цикл на  $(V, p)$ -диаграмме (рис. 5).

Из условия непосредственно следует:

$$V_2 = \frac{1}{3}V_1.$$

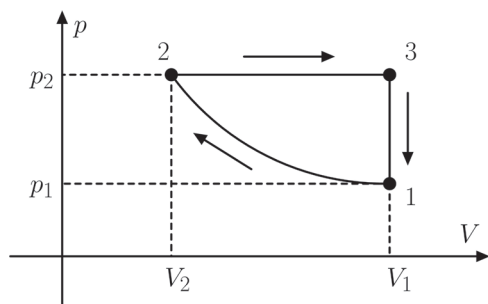


Рис. 5. Замкнутый цикл, совершаемый гелием

Для расчета работы газа при сжатии (изотерма 1–2) студент пользовался законом Менделеева — Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT,$$

где  $M$  — молярная масса гелия,  $R$  — универсальная газовая постоянная.

Таким образом:

$$p = \frac{\frac{m}{M} RT}{V} \Rightarrow k = \frac{m}{M} RT.$$

По закону Менделеева — Клапейрона найдем температуру газа в точке  $(V_1, p_1)$ :

$$T = \frac{p_1 V_1}{\frac{m}{M} R}.$$

Теперь, подставляя выражение для  $T$  в формулу, выражающую искомый коэффициент  $k$ , имеем:

$$k = \frac{m}{M} RT = \frac{m}{M} R \frac{p_1 V_1}{\frac{m}{M} R} = p_1 V_1. \quad (4)$$

Теперь можно найти работу  $A$  газа при сжатии (изотерма 1–2):

$$\begin{aligned} A &= \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{k}{V} dV = k \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = k \cdot (\ln V_2 - \ln V_1) = \\ &= k \ln \frac{V_2}{V_1} = k \ln \frac{\frac{1}{3} V_1}{V_1} = k \ln \frac{1}{3} = -k \ln 3. \end{aligned} \quad (5)$$

Подставляя в полученную формулу (5) выражение (4) для коэффициента  $k$ , получим:

$$A = -p_1 V_1 \ln 3 \approx -659,167 \text{ Дж} \approx -659 \text{ Дж}.$$

Ответ. –659 Дж.

### Задание 15.

Прибор регистрирует количество людей, прошедших через рамку металлоискателя путем добавления этого количества к величине, хранящейся в памяти сумматора. Каждый час (в момент времени  $n$  часов 00 минут 01 секунда) число из сумматора выводится на печать. За 1 января 2017 года распечатка содержит следующий набор данных:

20512	20612	20662	20692	20699	20753	20756	20759
20766	20777	20777	20781	20789	20790	20811	20812
20819	20821	20832	20835	20842	20849	20853	20891

Сколько человек зарегистрировал прибор за период с 7 утра до 7 вечера 1 января 2017 года?

Решение.

Для ответа на поставленный вопрос просто вычтем из значения, соответствующего семи часам вечера, значение, соответствующее семи часам утра:

$$20832 - 20756 = 76.$$

Ответ. 76.

### Задачи для самостоятельного решения

Для тренировки предлагается решить задачи, аналогичные разобранным в данной работе.

6.1. При изучении характера движения тел на экспериментальной установке студент получил зависимости координаты от времени для двух частиц, движущихся вдоль оси  $OX$  в заданной системе отсчета, и записал их (величины приведены в единицах СИ):

$$x_1(t) = t, \quad x_2(t) = \sqrt{11t - 28}.$$

В какой момент времени можно прогнозировать встречу частиц в данной системе отсчета?

6.2. Решите предыдущую задачу для следующих законов движения:

$$x_1(t) = \log_3(2t + 1), \quad x_2(t) = -\frac{1}{4}t + 3.$$

7.1. Найти рациональные  $a$  и  $b$ , реализующие максимум выражения

$$-a^2 - 3a + 18b - 3b^2 + \frac{3}{4}.$$

7.2. При каких рациональных  $x$  и  $y$  выражение

$$5x^2 - 4xy + 4x + 4y^2 + 2$$

достигает минимума?

8.1. Парашютист спускается с постоянной скоростью  $v = 5$  м/с. На расстоянии  $h = 10$  м от земли у него выпал предмет. На сколько позже приземлится парашютист, чем этот предмет? Сопротивлением воздуха для падающего предмета пренебречь, ускорение свободного падения принять равным  $10$  м/с<sup>2</sup>. Ответ дать в секундах.

8.2. К телу массой  $50$  кг приложены две горизонтальные силы  $F_1$  и  $F_2$ , равные соответственно  $7$  Н и  $24$  Н, угол между которыми составляет  $90^\circ$ . Какую скорость приобретет тело за  $20$  с движения в отсутствие трения? Ответ дать в м/с.

11.1. Найти радиус  $R$  вращающегося колеса, если известно, что величина  $v_1$  линейной скорости точки, лежащей на ободе, в три раза больше величины  $v_2$  линейной скорости точки, лежащей на расстоянии  $d = 4$  м ближе к оси колеса. Ответ указать в метрах.

11.2. Шкив диаметром  $2$  м делает  $600$  оборотов за  $5$  мин. Определить линейную скорость  $v$  точки на ободе шкива. В ответе указать значение  $\frac{v}{\pi}$  м/с.

13.1. В классе все увлекаются математикой или биологией. Сколько человек в классе, если математикой занимаются  $15$  человек, биологией —  $20$ , а математикой и биологией —  $10$ ?

13.2. Двадцать семь школьников сдавали экзамены. Два школьника не сдали ни одного экзамена,  $24$  школьника сдали экзамены и по математике, и по русскому языку, один школьник сдал русский язык, но не сдал математику. Сколько школьников сдали математику, но не сдали русский язык?

*Ответы.*

- 6.1) 4;
- 6.2) 4;
- 7.1)  $a = -1,5, b = 3$ ;
- 7.2)  $x = -0,5, y = -0,25$ ;
- 8.1) 3;
- 8.2) 10;
- 11.1) 6;
- 11.2) 4;
- 13.1) 25;
- 13.2) 0.

**Список использованных источников**

1. *Иродов И. Е.* Квантовая физика. Основные законы: учебное пособие для вузов. 2-е изд., доп. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004.

- 2. *Киселев А. П.* Алгебра. Ч. 1. М.: Физматлит, 2006.
- 3. Предпрофессиональный экзамен // Департамент образования города Москвы, Московский центр качества образования, 2018. [https://mcko.ru/pages/m\\_n\\_d\\_pre-professional\\_exam](https://mcko.ru/pages/m_n_d_pre-professional_exam)
- 4. Предпрофессиональный экзамен // Региональный центр обработки информации города Москвы, 2018. <http://goi.mcko.ru/pre-professional-exam/information-for-participants/>
- 5. *Рыбников К. А.* Введение в комбинаторный анализ. 2-е изд. М.: Изд-во МГУ, 1985.
- 6. *Савельев И. В.* Курс общей физики. Кн. 1: Механика. М.: Астрель; АСТ, 2006.
- 7. *Савельев И. В.* Курс общей физики. Кн. 3: Молекулярная физика и термодинамика М.: Астрель; АСТ, 2005.
- 8. *Тарг С. М.* Краткий курс теоретической механики: учебник для вузов. 10-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа, 1986.
- 9. *Угрюмов Е. П.* Элементы и узлы ЭЦВМ. М.: Высшая школа, 1976.

НОВОСТИ

**«Дневник.ру»: более 30 % российских школ перешли на электронные журналы**

«Дневник.ру», цифровая образовательная платформа, резидент фонда «Сколково», провела исследование, в котором приняли участие 16 тыс. учителей, учеников и родителей из 74 регионов страны.

Полный переход школ на безбумажный формат ведения журналов констатировали 36 % опрошенных педагогов. Кроме того, постепенно происходит отказ и от обычных дневников в пользу электронных — этот факт подтвердили 22 % учителей и 25 % учеников.

Такое внимание к цифровым ресурсам во многом обусловлено тем, что педагоги довольно оперативно размещают там необходимую информацию — в течение одного-двух суток. Так считают 76 % учеников и 64 % родителей.

Ксения Колесова, руководитель методического сопровождения инвестиционных проектов «Дневник.ру»: «Основным фактором, сдерживающим массовый переход на электронные журналы и дневники, по-прежнему остается недостаточное материально-техническое оснащение российских школ. Об этом сообщили 44 % респондентов. Есть и другие трудности, например, слабые

ИТ-компетенции довольно большого числа педагогов. Уверена, что планомерное решение этих проблем позволит повысить качество современного школьного образования, в том числе минимизировать объемы бумажной отчетности».

Екатерина Рыжкова, руководитель направления «Образование» ИТ-кластера фонда «Сколково»: «Недавно министр просвещения РФ Ольга Васильева сообщила, что только 16 % преподавателей, по результатам исследования, владеют компьютером на достаточном уровне. Государство сейчас ориентировано на исправление этой ситуации. В рамках программы «Цифровая экономика», в реализации которой активное участие принимает фонд «Сколково», планируется массовое повышение квалификации учителей, а также оснащение школ необходимым оборудованием и стабильным интернетом».

Педагоги ждут этих изменений и готовы расширять область применения цифровых технологий в учебном процессе. Так, 84 % учителей подтвердили, что в их школах уже оформлена вся необходимая документация по отказу от бумажного журнала.

**Москвичи поделились идеями об «умном» городе будущего**

Обсуждение стратегии «Умный город — 2030» завершилось на краудсорсинговой площадке Правительства Москвы. В нем приняли участие более 3,5 тыс. жителей столицы. Всего за время обсуждения москвичи предложили 2069 идей, оставили 6263 комментария, выставили больше 12 тыс. оценок и посмотрели шесть вебинаров о технологиях будущего. Вокруг предложенных идей шла активная дискуссия. Участники проекта обсудили понятие «умный город» и ключевые технологии Москвы будущего, которые должны кардинально изменить жизнь. Большое внимание вызвали конкретные стратегические инициативы в социальной сфере, культуре, Открытом правительстве, образовании, а также в городской среде и ЖКХ, транспорте и здравоохранении, где было оставлено максимальное количество идей.

В сфере государственной среды и ЖКХ москвичи предложили создать единую цифровую карту всех коммуникаций и установить датчики интернета вещей, собирающие и анализирующие износ основной инфраструктуры.

В направлении транспорта участники обсуждения выдвигали идеи по «умной» подсветке пешеходных переходов и созданию интеллектуальных светофоров, которые будут оценивать загруженность движения, пробки и самостоятельно выстраивать нужное время зеленого и красного света для разгрузки перекрестков.

В здравоохранении жители мегаполиса предложили внедрять экзоскелеты для реабилитации людей и создать мобильные приложения по мониторингу состояния здоровья в режиме онлайн.

(По материалам CNews)